

Jorge  
Tavares

**Uma Abordagem Evolucionária ao Problema do Encaminhamento de Veículos**

Coimbra  
2003



Universidade de Coimbra  
Faculdade de Ciências e Tecnologia  
Departamento de Engenharia Informática

# **Uma Abordagem Evolucionária ao Problema do Encaminhamento de Veículos**

Jorge Alexandre Silva Tavares

Coimbra  
Setembro de 2003



Dissertação submetida para satisfação parcial dos requisitos necessários  
à obtenção do grau de Mestre em Engenharia Informática,  
área de especialização de Sistemas e Tecnologias do Conhecimento,  
da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra.

## **Uma Abordagem Evolucionária ao Problema do Encaminhamento de Veículos**

Jorge Alexandre Silva Tavares

Universidade de Coimbra  
Faculdade de Ciências e Tecnologia  
Departamento de Engenharia Informática  
Setembro de 2003



Tese realizada sob a orientação do  
Professor Doutor Ernesto Costa  
Professor Catedrático  
do Departamento de Engenharia Informática  
da Faculdade de Ciências e Tecnologia  
da Universidade de Coimbra

e sob a co-orientação do  
Doutor Francisco B. Pereira  
Professor Adjunto (Equiparado)  
do Departamento de Engenharia Informática e Sistemas  
do Instituto Superior de Engenharia de Coimbra  
do Instituto Politécnico de Coimbra



# Resumo

A Computação Evolucionária é uma das áreas de investigação actual, que tem sido utilizada para a obtenção de soluções aproximadas numa classe de problemas inerentemente difíceis. Independentemente do avanço do poder computacional, esta classe de problemas não possui algoritmos para os resolver, de um modo geral, em tempo útil, sendo por isso necessário recorrer a métodos inovadores, para obter soluções satisfatórias. O tema central desta dissertação consiste no estudo da aplicabilidade de Algoritmos Evolucionários a um problema pertencente a esta classe, o Problema do Encaminhamento de Veículos. É um problema amplamente estudado desde os anos 50, e a partir do início da década de 90, pela área da Computação Evolucionária. A maioria dos estudos efectuados que englobam o desenvolvimento de uma abordagem evolucionária ao problema, recorrem quase sistematicamente a algoritmos híbridos. A razão para este facto pode estar relacionada com a aparente ineficácia dos Algoritmos Evolucionários clássicos em resolver situações deste tipo. Deste modo, o objectivo principal da dissertação é apresentar uma abordagem evolucionária para o problema sem recorrer a técnicas de hibridização. A base da proposta consiste numa representação genética inovadora preparada para codificar de uma forma natural toda a informação relevante ao problema, auxiliando deste modo a descoberta de boas soluções. Além da representação, foram desenvolvidos e estudados novos operadores genéticos. Diversos estudos complementares foram igualmente realizados, sendo o seu objectivo compreender melhor alguns aspectos do funcionamento e desempenho do algoritmo, nomeadamente a influência da representação, o papel do operador de recombinação e a diversidade na população. Os testes realizados revelam que a abordagem é eficaz e robusta. Foram atingidas diversas soluções óptimas já conhecidas, tendo além disso, sido descobertas novas soluções para alguns dos conjuntos de testes utilizados.





# Abstract

Evolutionary Computation is one of the most important areas of current research, aiming at finding approximate solutions for a class of inherently hard problems. Independently of the progress in computational power, that class of problems doesn't possess algorithms to solve them in due time. This way, it is necessary to use innovative methods, so they can be solved in a satisfactorily way. This dissertation is concerned with the study of the applicability of Evolutionary Algorithms to a problem belonging to this class, namely the Vehicle Routing Problem. It is a widely studied problem since the 50's, and recently, from the beginning of the 90's, also by researchers of Evolutionary Computation. Nonetheless, most studies made so far that deal with the development of an evolutionary approaches to the problem, rely on hybrid algorithms. The reason for this fact is due to the apparent inefficiency of Evolutionary Algorithms in solving this type of problems. The main objective of this dissertation is to present an evolutionary approach to the problem without the use of hybridization. This study involves the development of an evolutionary approach, based in a new genetic representation prepared to deal with all the information relevant to the problem. Our expectation is that this novel representation allows the discovery of good solutions. As a complement, new genetic operators were developed and studied. Some additional studies were also made. With the aim to gain a better understanding of some aspects related to the behavior and performance of the algorithm, namely the influence of the representation, the role of crossover and the diversity in the population. The tests made with this approach show that it is both efficient and robust. Our algorithm was capable to achieve optimal solutions for a set of common used benchmarks problems, as well as to discover new best solutions for some instances of the problem.



# Agradecimentos

Gostaria de agradecer a todos aqueles que, de certo modo, contribuíram para a realização deste trabalho:

- Aos meus orientadores, o Professor Doutor Ernesto Costa e o Doutor Francisco Baptista Pereira, por toda a confiança, estímulo e apoio dado.
- Ao Mestre Penousal Machado, por todas as conversas e ideias, indispensáveis à criatividade pessoal.
- À Doutora Bernardete Ribeiro, por ser uma ótima Professora, mas em especial, pelo incentivo, confiança e troca de opiniões.
- A todos os elementos do Grupo de Sistemas Evolutivos e Complexos e também, do Grupo de Inteligência Artificial, pelos debates, encontros e sobretudo, pelo ambiente de trabalho.
- A toda a minha família e amigos, por me terem conseguido suportar durante todo este tempo.

Até à próxima oportunidade.

Coimbra, Setembro 2003  
Jorge Tavares



# Índice

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
1.1	Motivação . . . . .	1
1.2	Objectivos e Contribuições . . . . .	3
1.3	Estrutura da Dissertação . . . . .	4
<b>2</b>	<b>O Problema do Encaminhamento de Veículos</b>	<b>7</b>
2.1	Introdução . . . . .	7
2.2	Definição Formal . . . . .	8
2.3	Restrições Temporais . . . . .	10
2.4	Outras Variantes . . . . .	11
<b>3</b>	<b>Computação Evolucionária</b>	<b>13</b>
3.1	A Inspiração Natural . . . . .	13
3.2	O Algoritmo Evolucionário Genérico . . . . .	14
3.2.1	Terminologia . . . . .	16
3.3	Os Diferentes Paradigmas . . . . .	17
3.3.1	Programação Evolucionária . . . . .	18
3.3.2	Estratégias Evolutivas . . . . .	18
3.3.3	Algoritmos Genéticos . . . . .	19
3.3.4	Programação Genética . . . . .	20
3.4	As Vantagens da Computação Evolucionária . . . . .	20
<b>4</b>	<b>Trabalho Relacionado</b>	<b>23</b>
4.1	Introdução . . . . .	23
4.2	Abordagens Clássicas . . . . .	24
4.3	Heurísticas . . . . .	25
4.4	Meta-Heurísticas . . . . .	28
4.5	Abordagens Evolucionárias . . . . .	30
<b>5</b>	<b>Abordagem Evolucionária ao Problema</b>	<b>35</b>

5.1	Introdução . . . . .	35
5.2	Representação . . . . .	37
5.3	Operadores Genéticos . . . . .	41
5.3.1	Recombinação . . . . .	41
5.3.2	Mutação . . . . .	44
5.4	Avaliação . . . . .	46
5.5	Aspectos Adicionais . . . . .	47
<b>6</b>	<b>Resultados Experimentais</b>	<b>49</b>
6.1	Introdução . . . . .	49
6.2	Versão Genérica . . . . .	50
6.3	Variante com Restrições Temporais . . . . .	54
<b>7</b>	<b>Estudos Complementares</b>	<b>61</b>
7.1	Introdução . . . . .	61
7.2	A Influência da Representação . . . . .	62
7.3	Análise do Operador de Recombinação . . . . .	68
7.4	A Diversidade na População . . . . .	72
<b>8</b>	<b>Conclusão</b>	<b>77</b>
8.1	Comentários . . . . .	77
8.2	Trabalho Futuro . . . . .	79
8.3	Nota Final . . . . .	80
	<b>Acrónimos</b>	<b>81</b>
	<b>Bibliografia</b>	<b>83</b>

# Lista de Tabelas

6.1	Melhores soluções encontradas para o CVRP. . . . .	52
6.2	Média das Melhores soluções encontradas para o CVRP. . . . .	53
6.3	Efeito da duplicação do número de gerações. Instância A80k10. . . . .	54
6.4	Melhores resultados, instâncias de Augerat Set A e Set B. . . . .	55
6.5	Resumo das melhores soluções encontradas. . . . .	56
6.6	A média e os melhores resultados obtidos para o VRPTW. . . . .	57
6.7	As melhores soluções para o VRPTW com 100 clientes. . . . .	59
7.1	Comparação entre GVR e o modelo com RC (CVRP). . . . .	63
7.2	Comparação entre GVR e o modelo com RC (VRPTW). . . . .	65
7.3	Comparação entre GVR e o modelo com RC modificado (CVRP). . . . .	66
7.4	Comparação entre GVR e o modelo com RC modificado (VRPTW). . . . .	67
7.5	Influência do Operador de Recombinação no processo de procura. . . . .	69
7.6	Resultados da comparação entre os operadores de Recombinação. . . . .	70
7.7	Sumário da análise estatística (G = Recombinação, M = Recombinação Modificada, $\alpha = 0.05$ , 1 significa que existe uma diferença significativa). . . . .	71
7.8	Resultados da recombinação com múltiplos pontos. . . . .	73
7.9	Recombinação com inserção aleatória. . . . .	73
7.10	Diversidade para o operador de Recombinação Genérico. . . . .	75
7.11	Diversidade para o operador de Recombinação Modificado. . . . .	75





# Lista de Figuras

2.1	Exemplo do VRP . . . . .	10
3.1	Algoritmo Evolucionário genérico. . . . .	15
5.1	Exemplo de indivíduos baseados na representação por caminhos. . . . .	37
5.2	Exemplo de um indivíduo GVR. . . . .	39
5.3	Operador de Recombinação. . . . .	42
5.4	Operador de Recombinação Modificado. . . . .	43
5.5	Mutação por Inserção. . . . .	45
5.6	Mutação por Deslocamento. . . . .	45
5.7	Inicialização de um indivíduo. . . . .	47

# Capítulo 1

## Introdução

Neste capítulo apresenta-se resumidamente a temática do trabalho descrito na dissertação. É exposto o problema em estudo, os objectivos propostos, as novas contribuições e principalmente, a motivação para a sua realização.

### 1.1 Motivação

À medida que os computadores adquirem maior poder computacional tem sido possível atacar problemas de maior complexidade. Existem, no entanto, problemas que são inerentemente difíceis, cuja solução não depende tanto da potência dos computadores mas mais de métodos inovadores para os resolver de modo satisfatório. A classe dos problemas NP-completos agrupa um conjunto de problemas computacionalmente intratáveis, ou seja, para os quais não existem algoritmos que, em tempo polinomial, os consigam resolver. Esta classe de problemas tem um destaque especial (teórico e prático) porque, se, a dado momento, for descoberto um algoritmo de complexidade polinomial para um problema da classe, então todos os problemas da classe NP<sup>1</sup> têm um algoritmo de complexidade polinomial. Por vezes, é possível demonstrar que todos

---

<sup>1</sup>Do inglês, *Nondeterministic Polynomial Time*.

## Capítulo 1. Introdução

os problemas na classe NP podem ser reduzidos em tempo polinomial para um dado problema  $A$ , mas não se consegue demonstrar que  $A \in NP$ . Logo  $A$  não pode ser classificado como NP-completo. No entanto, o problema  $A$  é tão difícil como qualquer problema pertencente a NP, sendo muito provavelmente um problema intratável. A este tipo de problemas reserva-se a designação de NP-difíceis<sup>2</sup>.

Um destes problemas é o Problema do Encaminhamento de Veículos<sup>3</sup> (VRP). Trata-se de um problema de optimização combinatória com bastante interesse, não só a nível teórico mas também a nível do mundo real, visto ser uma abstracção, por exemplo, dos problemas de distribuição logística que muitas empresas nos dias de hoje possuem. Este problema possui uma descrição simples: dada uma frota de veículos com capacidade uniforme, um depósito comum e diversos pedidos de clientes, encontrar o conjunto de percursos com custo mínimo total que satisfaça todos os pedidos dos clientes.

Os algoritmos de Computação Evolucionária (CE) são procedimentos computacionais, inspirados na selecção natural de Darwin e na genética de Mendel, integrando um conjunto de técnicas inovadoras utilizadas para a resolução de problemas complexos. A área da CE tem vindo a afirmar-se como um paradigma eficiente e robusto de resolução de problemas. Introduzidos por John Holland na década de 70, os Algoritmos Genéticos (AG) são um dos algoritmos pertencentes a este paradigma e possuem um conjunto de propriedades que os tornam especialmente adequados para alguns destes problemas. Devido às suas características probabilísticas e ao facto de efectuarem a pesquisa do espaço de procura de forma implicitamente paralela conseguem, na maior parte dos casos, encontrar soluções de boa qualidade num tempo aceitável.

---

<sup>2</sup>Do inglês *NP-hard*.

<sup>3</sup>Do inglês *Vehicle Routing Problem*. Na dissertação utiliza-se o acrónimo em inglês, devido ao seu uso corrente. O mesmo se aplica a outros acrónimos.

No caso particular do VRP, a utilização de algoritmos de CE, em especial de AG, tem obtido um sucesso relativo. Comparativamente com outras abordagens, desde as clássicas até técnicas mais modernas, passando por heurísticas, os resultados dos AG podem ser classificados de modestos. Na realidade, apenas os modelos de inspiração evolucionária híbridos têm alcançado soluções para o problema com um maior grau de sucesso. Devido a este facto, a investigação realizada em torno do problema tem-se restringido a questões que envolvem a inclusão de heurísticas em componentes do algoritmo, como por exemplo, nos operadores genéticos. Do nosso ponto de vista, as questões directamente relacionadas com os AG não têm sido convenientemente exploradas. Perante o panorama apresentado em termos de investigação de técnicas de CE no VRP, decidiu-se como rumo principal a seguir neste projecto de investigação, a pesquisa e compreensão das questões directamente relacionadas com os AG, nomeadamente, a representação e os operadores associados. Em resumo, a grande motivação deste trabalho é o estudo e validação da aplicabilidade de AG não híbridos ao VRP.

## **1.2 Objectivos e Contribuições**

O objectivo central desta dissertação é a realização de um estudo sobre a aplicabilidade de AG na resolução do Problema de Encaminhamento de Veículos, analisando em maior detalhe as questões directamente relacionadas com o próprio algoritmo, nomeadamente as que envolvem a representação. Como metas a atingir para o cumprimento do objectivo principal, tem-se:

- Desenvolvimento de uma representação coerente com a estrutura natural do problema.
- Desenvolvimento de operadores que manipulem a estrutura previamente definida.

## Capítulo 1. Introdução

- Validação da abordagem desenvolvida comparando os resultados obtidos com as abordagens existentes, tradicionais e evolucionárias.
- Identificação, caso seja possível, das deficiências do modelo apresentado, por forma a serem estudadas possíveis soluções.

Para além da proposta e exploração de novos mecanismos de representação e de novos operadores genéticos, é um objectivo secundário a obtenção de novas soluções, com melhor qualidade, em algumas instâncias concretas do problema.

Analisando o trabalho realizado, podemos considerar existirem contribuições relevantes no âmbito do Problema do Encaminhamento de Veículos. Podemos então referir, de forma geral as principais contribuições da presente dissertação:

- A demonstração da aplicabilidade de Algoritmos Genéticos ao problema com resultados de qualidade satisfatória, competitivos com as técnicas habitualmente utilizadas.
- O desenvolvimento de uma representação coerente com a estrutura natural do problema e respectivas restrições, assim como de operadores que manipulam a estrutura previamente definida.
- A obtenção de novas soluções para instâncias específicas do problema na versão genérica, assim como de algumas soluções óptimas na variante com restrições temporais.

### 1.3 Estrutura da Dissertação

No presente capítulo apresentou-se a motivação para a resolução do problema seleccionado, bem como a técnica a usar e os objectivos da dissertação. A estrutura da

mesma é a descrita a seguir.

No Capítulo 2 apresenta-se uma descrição do Problema de Encaminhamento de Veículos. É apresentada uma versão formal do problema, assim como a sua extensão mais importante: a adição de restrições temporais. São igualmente descritas variantes adicionais ao problema presentes na literatura.

O Capítulo 3 é uma introdução breve à Computação Evolucionária. É realizada uma descrição sumária dos diferentes paradigmas existentes.

No Capítulo 4 descrevem-se as principais abordagens ao problema existentes na literatura. O principal trabalho realizado em torno do problema é sucintamente descrito, com relevo para as abordagens de índole evolucionária.

Os Capítulos 5 e 6 contêm a descrição do trabalho e a experimentação realizada. É apresentada a abordagem evolucionária ao problema, em especial a representação utilizada e os operadores genéticos. São descritos os resultados experimentais, assim como a respectiva análise, da aplicação da abordagem desenvolvida às duas principais variantes do problema.

O Capítulo 7 contém uma descrição de estudos complementares ao trabalho. Nomeadamente, verificar a influência da nova representação comparativamente a representações padrão utilizadas neste problema, analisar o papel dos operadores de recombinação desenvolvidos assim como a manutenção e promoção da diversidade.

Finalmente, o Capítulo 8 apresenta as conclusões do trabalho efectuado, bem como a indicação de alguns aspectos para investigação futura.

## Capítulo 1. Introdução



## Capítulo 2

# O Problema do Encaminhamento de Veículos

Neste capítulo é descrito o problema seleccionado como objecto de estudo do presente trabalho. É um problema de optimização combinatoria com incidência no mundo real: O Problema do Encaminhamento de Veículos. Apresenta-se a respectiva definição formal, juntamente com a sua variante principal que inclui restrições temporais.

### 2.1 Introdução

O Problema do Encaminhamento de Veículos (VRP) é um problema complexo de optimização combinatoria, que pode ser visto como a união do Problema do Caixeiro Viajante (TSP) e do Problema de Empacotamento<sup>1</sup> (BPP). Pode ser descrito do seguinte modo: dada uma frota de veículos com capacidade uniforme, um depósito comum e diversos pedidos de clientes (representados como um conjunto de pontos dispersos geograficamente), encontrar o conjunto de percursos com o custo mínimo total que satisfaça todos os pedidos. O custo é a distância percorrida pelos veículos. A totalidade dos itinerários começa e acaba no depósito, sendo a sua composição

---

<sup>1</sup>Do inglês *Travelling Salesperson Problem* e *Bin Packing Problem* respectivamente.

desenvolvida de modo a cada cliente ser servido uma só vez e apenas por um veículo.

O VRP é NP-difícil, ou seja, um problema tão difícil como qualquer problema pertencente à classe NP. Uma excelente referência sobre o tema é o livro [Garey e Johnson, 1979]. Existe uma prova formal da relação do VRP com o TSP múltiplo e o BPP (consultar [Ralphs et al., 2001]). Devido ao seu interesse teórico e prático, visto possuir aplicações ao mundo real (p. ex., a gestão de frotas de uma empresa de distribuição), o problema tem despertado o interesse de vários investigadores [Aronson, 1996], [Cordeau et al., 2000].

## 2.2 Definição Formal

Na sua versão mais genérica, o VRP é designado por Problema do Encaminhamento de Veículos com Capacidade<sup>2</sup> (CVRP). Existem várias formulações do problema; no entanto, a definição apresentada é inspirada em [Ralphs et al., 2001].

Este problema pode ser modelado por meio de um grafo completo e não dirigido  $G = (V, E)$ .  $V$  é o conjunto dos vértices. No nosso caso, cada vértice identifica um cliente, havendo um vértice especial, denotado por 0, denominado depósito. Sem perda de generalidade os clientes são designados pelos inteiros de 1 a  $n$ . Designando o conjunto de clientes por  $N = \{1, \dots, n\}$ , teremos então  $V = N \cup \{0\}$ .  $E$  é o conjunto de lados. Cada lado  $l_{ij}$  estabelece uma ligação entre dois pontos  $i$  e  $j$ , com  $i, j \in V$ . A cada lado  $l_{ij}$  está associado um custo não negativo  $c_{l_{ij}}$ .

Chamamos **caminho completo** à sequência  $C_m = \langle l_0, l_1, \dots, l_m, l_{m+1} \rangle$  com:  $l_0 = (0, \pi_1)$ ,  $l_{m+1} = (\pi_{m+1}, 0)$ ,  $l_p = (i, j)$  e  $l_{p+1} = (j, w)$ , para  $p = 0, \dots, m$ ;  $i, j, w, \pi_1, \pi_{m+1} \in V$ .

Chamamos **caminho estrito** de um caminho completo  $C_m = \langle l_0, l_1, \dots, l_m, l_{m+1} \rangle$ ,

---

<sup>2</sup>Do inglês *Capacitated Vehicle Routing Problem*.

## Capítulo 2. O Problema do Encaminhamento de Veículos

à sequência  $Ce_m = \langle l_1, \dots, l_m \rangle$ .

Uma solução candidata para o CVRP será um conjunto  $C$  de caminhos completos que incluam todos os clientes  $N$  e que não possuam lados comuns. Deve, além disso, assegurar-se que cada cliente apenas surge num dos caminhos.

Cada caminho completo<sup>3</sup> corresponde a um percurso servido por um e um só veículo. Assim se a solução tiver  $k$  elementos serão utilizados  $k$  veículos.

Uma solução para o CVRP pode ser expressa do seguinte modo:  $\{C_1, \dots, C_k\}$ , ou seja, é um conjunto de caminhos completos que divide os  $N$  clientes em  $k$  partições. Implícito em cada caminho está uma permutação de clientes que especifica a ordem de entrega do veículo respectivo.

Para que uma solução seja considerada válida, todos os caminhos completos que inclui devem satisfazer a restrição de capacidade. Considerando que:

- Cada um dos  $k$  veículos de entrega independentes tem uma capacidade de carga idêntica  $\gamma$ ;
- Associado a cada cliente  $i \in N$  existe um pedido  $p_i$ .

A restrição de capacidade especifica que cada caminho estrito  $Ce_m = \langle l_1, \dots, l_m \rangle$  de um caminho completo  $Cm = \langle l_0, l_1, \dots, l_m, l_{m+1} \rangle$  que faça parte de uma solução válida deve verificar a seguinte condição:

$$\sum_{l_x = (i_x, j_x) \in Ce_m} p_{i_x} \leq \gamma \quad (2.2.1)$$

Os veículos devem realizar a entrega com o mínimo total de custo. Deste modo, a função objectivo pode ser expressa da seguinte forma:

---

<sup>3</sup>Daqui para a frente, e sempre que não seja ambíguo, passaremos a usar apenas a designação caminho para denominar um caminho completo ou estrito.

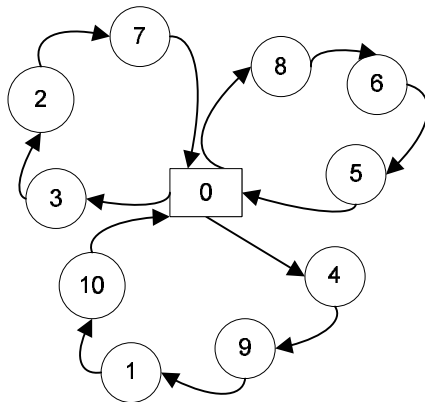


Figura 2.1: Exemplo do VRP

$$\min\left(\sum_{C_s \in Sol} \sum_{l_i \in C_s} c_{l_i}\right) \quad (2.2.2)$$

Na figura 2.1 é apresentada uma ilustração de um exemplo de uma solução do VRP.

## 2.3 Restrições Temporais

Uma das mais importantes extensões ao VRP é a adição, à definição original, de restrições temporais. Esta variante do problema é designada por Problema do Encaminhamento de Veículos com Restrições Temporais<sup>4</sup> (VRPTW). Nesta variante, a cada cliente está associada uma janela temporal delimitada um período dentro do qual este terá que ser servido.

Formalmente, existe uma restrição associada a cada cliente  $i$  especificando uma janela temporal  $\in [e_i, l_i]$  durante a qual este tem que ser servido. Assim, um veículo não deve chegar antes de  $e_i$  e não pode chegar depois de  $l_i$ . Além disso, existe um

---

<sup>4</sup>Do inglês *Vehicle Routing Problem with Time Windows*.

tempo de serviço  $f_i$  para cada cliente e um limite  $T$ , definindo o tempo máximo de viagem permitido para qualquer veículo.

Considerando a definição do CVRP, uma solução para o VRPTW será também uma partição  $\{V_1, \dots, V_k\}$  de  $n$  pedidos em  $k$  percursos de custo mínimo, onde cada percurso  $V_r$  satisfaz a restrição da capacidade dos veículos, assim como as restrições temporais. Para uma definição formal em termos de programação linear consultar [Cordeau et al., 2000].

## 2.4 Outras Variantes

Embora as variantes do VRP mais estudadas sejam o CVRP e o VRPTW, existe um conjunto diverso de variantes adicionais ao problema. De um modo resumido, apresentam-se as principais presentes na literatura (para um bom resumo sobre o tópico, consultar [Aronson, 1996]):

- **Entregas Múltiplas:** um cliente pode ser servido por mais do que um veículo. Os clientes podem fazer pedidos que ultrapassam a capacidade máxima de um veículo, daí a necessidade de o cliente ser servido por mais do que um veículo.
- **Entregas e Carregamentos simultâneos:** variante em que um veículo realiza entregas e carregamentos nos diversos clientes constituintes do percurso.
- **Depósitos Múltiplos :** introdução de vários depósitos aos quais se encontram afectos os diversos veículos que satisfazem os pedidos dos clientes.
- **Produtos Múltiplos:** os clientes fazem pedidos de diversos produtos, os quais podem possuir características diferentes (tais como o volume), influenciando directamente as restrições de um dado veículo.

## Capítulo 2. O Problema do Encaminhamento de Veículos

- **Tempos de Viagem Estocásticos:** na prática, o custo de um caminho não é conhecido, sendo determinado através de uma distribuição probabilística.
- **VRP Dinâmico:** existe um conjunto de clientes que requisitam serviço e cada um especifica um ponto específico de entrega e carregamento. Estes pontos só são conhecidos quando um cliente requisita o serviço.
- **Áreas de Entrega Fixas:** a área de serviço de um depósito é subdividida em sub-áreas separadas, com um único veículo de entrega respectivamente para cada sub-área.

É de salientar que é possível existirem ou criarem-se novas variantes ao problema. Na literatura é comum encontrarem-se estudos realizados com versões específicas do VRP, por forma a adequarem-se o mais possível a uma situação do mundo real. Nestes casos, a investigação realizada incide sobre o objectivo de resolver um problema em concreto e não tanto em desenvolver abordagens para resolver variantes genéricas do problema.

# Capítulo 3

## Computação Evolucionária

Este capítulo é uma breve introdução à Computação Evolucionária. São descritos os principais modelos de evolução, com principal destaque para a classe dos Algoritmos Genéticos.

### 3.1 A Inspiração Natural

A Computação Evolucionária segue uma inspiração neodarwinista, reunindo os conceitos introduzidos por Darwin [Darwin, 1859], a selecção natural, e a genética da hereditariedade, introduzida por Mendel [Denmet, 1994].

O processo evolutivo é constituído por dois mecanismos fundamentais: a selecção e a reprodução com variação. O primeiro é responsável por garantir que os indivíduos mais aptos têm maior probabilidade de sobreviver. Este facto possibilita que esses indivíduos gerem um maior número de descendentes, o que resulta na propagação das suas características ao longo do tempo. A variação associada à reprodução tem por missão assegurar que os descendentes dos indivíduos não sejam cópias exactas dos indivíduos progenitores.

A completar o processo de evolução, surge a teoria genética da hereditariedade,

que integrou o conceito de gene neste processo. Este facto permitiu clarificar o mecanismo através do qual as variações nos indivíduos são transmitidas de pais para filhos, podendo levar ao aparecimento de indivíduos ainda mais aptos. A actuação de operadores genéticos, como a recombinação e a mutação, permite explicar a variação das espécies. Uma das questões que se coloca com mais frequência é: porquê utilizar a evolução como inspiração para a resolução de problemas? Ao observar o mundo que nos rodeia, podemos ver vários exemplos de sistemas complexos que surgiram através da evolução, dos quais o ser humano é o exemplo mais paradigmático. Por conseguinte, ao surgirem problemas computacionalmente complexos para resolver, os mecanismos de evolução aparecem como uma ferramenta promissora para a resolução da maioria desses mesmos problemas [Keane, 1998].

A evolução efectua uma pesquisa num espaço constituído pelas combinações genéticas possíveis. Estas combinações são os elementos pertencentes ao espaço de procura, que dão origem aos indivíduos que habitam num determinado ambiente. O objectivo é a obtenção de um conjunto de indivíduos adaptados a esse mesmo ambiente.

## **3.2 O Algoritmo Evolucionário Genérico**

A Computação Evolucionária (CE) utiliza os princípios da evolução natural e da genética para desenvolver um conjunto de algoritmos e técnicas computacionais, com vista a resolução dos inúmeros problemas que surgem em diversos campos, nomeadamente no campo de engenharia e biologia [Mitchell, 1996].

Existe uma enorme variedade de modelos, paradigmas evolucionários computacionais, propostos e amplamente estudados. Estes possuem uma plataforma conceptual comum: a simulação da evolução de estruturas, por meio de selecção e reprodução



com variação. A qualidade de adaptação das estruturas ao problema que está a ser resolvido orienta estes modelos.

Conceptualmente, um Algoritmo Evolucionário (AE) processa um conjunto de elementos do espaço de procura (uma população de soluções candidatas ao problema), que sofre, ao longo de sucessivas iterações (as gerações), transformações. O primeiro ponto a ter em consideração no desenvolvimento de um AE é a escolha da representação dos indivíduos da população. Em seguida, define-se a selecção e os operadores genéticos, encarregados de aplicarem as transformações. Estes operadores subdividem-se em dois tipos diferentes: recombinação e mutação. É importante salientar que os operadores funcionam de uma forma estocástica. Os operadores actuando sobre a população actual, vão dar origem, em cada geração, a uma nova população. Para o funcionamento com sucesso do AE, é necessário existir uma função de avaliação que para cada indivíduo determine a respectiva medida de qualidade, ou seja, a sua aptidão.

```

t = 0
gerar a população inicial P(t)
avaliar a população P(t)
enquanto não atingir o critério de terminação repetir
    seleccionar progenitores a partir de P(t)
    aplicar operadores genéticos aos progenitores
    obtendo P'(t)
    avaliar descendentes P'(t)
    obter nova população
    através da combinação de P(t) e P'(t)
    t = t + 1
devolver resultado da simulação
    
```

Figura 3.1: Algoritmo Evolucionário genérico.

A figura 3.1 ilustra o esquema de um AE genérico. A população de um AE é tipicamente inicializada de forma aleatória, podendo, no entanto, também ser feito com conhecimento específico do domínio. O tamanho da população é dependente

### Capítulo 3. Computação Evolucionária

de um conjunto de factores, como o tipo de problema ou algoritmo utilizado, não existindo uma fórmula para determinar o tamanho ideal.

O funcionamento do AE é bastante simples de acordo com o anteriormente descrito. Este algoritmo opera sobre populações geradas sucessivamente. Com o mecanismo da selecção, a qualidade média dos indivíduos que constituem as populações aumenta tendencialmente ao longo do tempo. Os operadores genéticos de recombinação e mutação são os responsáveis pela exploração do espaço global e local<sup>1</sup>, assim como pela manutenção da diversidade necessária à população. O AE, ao longo do tempo, irá convergir para regiões do espaço de procura com soluções candidatas de boa qualidade. No entanto, estas regiões poderão não conter o óptimo global. O algoritmo só terminará o seu funcionamento após o cumprimento de um critério de paragem. Podem existir diversos critérios de paragem, sendo os mais comuns o número de gerações percorridas, ou a obtenção de uma solução com determinada qualidade (ver [Goldberg, 1989, Keane, 1998]).

#### 3.2.1 Terminologia

A metáfora biológica não se aplica apenas às ideias e algoritmos, mas igualmente a um conjunto de designações, termos e entidades, relacionadas com a aplicação de um algoritmo a um determinado problema. Parte da terminologia já foi utilizada no presente documento e apresenta-se de seguida um resumo (ver [Mitchell, 1996]).

As estruturas que constituem uma população são designados por indivíduos. Um indivíduo contém a representação de uma possível solução para o problema, designada por cromossoma. Por vezes, estes dois termos são utilizados na literatura de forma indiscriminada, devido ao facto de, na área de CE, a maioria das abordagens utilizar

---

<sup>1</sup>Do inglês, *exploration* e *exploitation* respectivamente.

um só cromossoma para codificar uma solução.

Um cromossoma é formado por um conjunto de genes, que se encontram numa determinada posição ou locus. Cada gene representa uma ou mais características do indivíduo. Estes podem conter um valor específico de entre um conjunto principal, os alelos. O genoma de um organismo, é o conjunto de todo o material genético desse organismo. O genótipo é uma instanciação do genoma, ou seja, neste caso particular, o conjunto de genes expressos pertencentes a um indivíduo. A expressão de um genótipo dá origem a um fenótipo. Isto significa que a informação genética permite efectuar o desenvolvimento de um indivíduo com um determinado conjunto de características (consultar [Hartl e Jones, 1998]).

### **3.3 Os Diferentes Paradigmas**

As origens da CE remontam à década de 1950; no entanto, só a partir da década seguinte se iniciou o processo de sistematização das diferentes abordagens evolutivas. Nas últimas décadas do século XX surgiram, então, os principais ramos da CE, nomeadamente Programação Evolucionária (PE) [Fogel et al., 1966], Estratégias Evolutivas (EE) [Rechenberg, 1973], Algoritmos Genéticos (AG) [Holland, 1975] e Programação Genética (PG) [Koza, 1992].

Como já foi referido anteriormente, apesar dos diversos modelos de AE partilharem uma base comum, cada um implementa o algoritmo de modos diferentes. As diferenças atingem aspectos da CE, desde a representação, mecanismos de selecção, operadores genéticos e medidas de qualidade. Seguidamente descrevem-se as principais diferenças entre os modelos. Na prática, muitas dessas diferenças são artificiais e a sua explicitação tem apenas razões históricas.

### 3.3.1 Programação Evolucionária

A PE (proposta por [Fogel et al., 1966]) é uma abordagem desenvolvida com o intuito de efectuar previsões de alterações num ambiente. O ambiente é constituído por uma sequência de símbolos (de um alfabeto finito) para o qual a PE evolui um algoritmo com a finalidade de produzir um novo símbolo. Este novo símbolo deverá maximizar a função de avaliação, que mede a precisão da previsão.

Os cromossomas dos indivíduos são formados por Máquinas de Estados Finitos (MEF), visto representarem de forma adequada o comportamento baseado na interpretação de um conjunto de símbolos. A nível de operadores, a PE utiliza somente a mutação, que manipula a estrutura de uma MEF alterando a sua constituição. A justificação para a não existência de operadores de recombinação relaciona-se com o facto de as alterações introduzidas pela mutação serem semelhantes às provocadas pela recombinação [Spears et al., 1993].

Em [Michalewicz, 1992] o leitor encontra um pequeno resumo, com um exemplo em concreto, da aplicação da PE.

### 3.3.2 Estratégias Evolutivas

Desenvolvidas por [Rechenberg, 1973] e aperfeiçoadas por [Schwefel, 1981], o seu objectivo inicial, era o desenvolvimento de um modelo computacional para problemas de optimização com parâmetros reais em domínios contínuos, em especial problemas de natureza hidrodinâmica [Spears et al., 1993].

As representações utilizadas pelas EE são baseadas em pares de vectores de números reais. Na sua versão original, a população é constituída por um único indivíduo. Possuindo apenas um operador – a mutação – só mais tarde o operador de recombinação foi introduzido, desempenhando um papel importante no algoritmo,

devido ao facto de se ter populações com mais de um indivíduo.

As EE funcionam bastante bem em problemas de optimização numérica, visto possuírem estruturas de dados adequadas, assim como operadores genéticos.

### **3.3.3 Algoritmos Genéticos**

Os AG foram desenvolvidos por Holland nos anos 70 ([Holland, 1975]), sendo o seu objectivo original o estudo dos fenómenos de adaptação que ocorrem na natureza, e o desenvolvimento de sistemas computacionais inspirados nos mecanismos mais importantes dos sistemas naturais (ver [Goldberg, 1989, Mitchell, 1996]).

Inicialmente, os AG eram constituídos por populações de cromossomas com um código binário, que representavam a informação necessária para codificar soluções ao problema. O operador de selecção escolhe os indivíduos para a reprodução. Em média, os cromossomas com melhor valor de aptidão tenderão a ser escolhidos um maior número de vezes. No processo reprodutivo podem intervir os operadores de recombinação, mutação e inversão. A recombinação promove a troca entre partes de dois cromossomas, a mutação troca aleatoriamente o valor de um alelo e a inversão troca a ordem de uma secção contígua do cromossoma. Adicionalmente, os AG são os primeiros a terem uma base teórica firme e sustentada. Os conceitos básicos desta teoria são a noção de esquema e a noção de blocos construtores. Estando fora do âmbito deste trabalho a sua explicação, recomenda-se a leitura de [Goldberg, 1989] para um aprofundamento da matéria.

Para o leitor mais interessado, recomenda-se: [Mitchell, 1996] como introdução aos AG; [Goldberg, 1989] para uma introdução mais completa. Leitura igualmente interessante é [Michalewicz e Fogel, 2000], que compara os AE com outros métodos de resolução de problemas.

### 3.3.4 Programação Genética

O ramo mais recente da área de CE é a PG, introduzida em 1992 por [Koza, 1992]. Ao contrário dos outros modelos evolutivos que fazem evoluir soluções potenciais para o problema, na PG evoluem-se programas que resolvem problemas. Executa-se uma procura no espaço dos programas possíveis, ao contrário de procurar no espaço de soluções. Partilhando um conjunto de características semelhantes com os AG, a PG difere essencialmente no objecto da evolução: um programa.

Uma população de programas é criada e sujeita ao processo evolutivo. Esta população é constituída, tipicamente, por árvores compostas por funções e terminais. O conjunto de funções e terminais é previamente escolhido de forma a que a sua composição em algumas árvores se traduza numa solução.

A população inicial é criada aleatoriamente, sendo avaliada por uma função que atribui o valor de aptidão a cada indivíduo. Esta função avalia o desempenho de cada programa através de um conjunto de casos de teste.

O operador principal na PG é a recombinação, que produz dois indivíduos através de dois anteriormente seleccionados. O operador de recombinação cria os dois novos indivíduos através da troca de sub-árvores entre os progenitores. Existem também operadores de mutação, como por exemplo, o operador que escolhe um nó na árvore e cria aleatoriamente uma nova sub-árvore a partir desse ponto (recomenda-se [Banzhaf et al., 1998] para um aprofundamento do tema).

## 3.4 As Vantagens da Computação Evolucionária

As técnicas de CE começam a tornar-se comuns para a resolução de problemas em diversas áreas. Este facto deve-se às várias vantagens práticas que a CE fornece com

a sua utilização [Fogel, 1997]. Resumidamente, as principais vantagens da CE são:

- **Simplicidade:** a vantagem fundamental é a simplicidade com que se pode desenvolver um AE para um problema em particular. Os conceitos são simples, assim como a sua implementação.
- **Vasta Aplicação:** um AE pode ser aplicado a enorme gama de problemas. Apenas é necessário uma estrutura de dados para representar as soluções, um índice de desempenho para as avaliar e métodos para gerar novas soluções.
- **Desempenho:** alguns problemas de optimização do mundo real possuem características às quais os métodos tradicionais não se adaptam bem. Um AE para este tipo de problemas consegue obter desempenhos superiores aos métodos clássicos.
- **Uso de Conhecimento e Hibridização:** é possível introduzir conhecimento específico do domínio num AE. A arquitectura dos AE permite-o facilmente, seja através de operadores genéticos especializados ou de representações de cromossomas. Ao combinar AE com métodos tradicionais, ou outros métodos, o princípio de aplicação é o mesmo.
- **Paralelismo:** a evolução é um processo implicitamente paralelizado. Com o evoluir da computação distribuída e paralela, é possível desenvolver AE que aproveitem esses recursos, assim como desenvolver novos modelos evolutivos.
- **Robustez:** os métodos tradicionais de optimização não são robustos a alterações no ambiente. Ao contrário, os AE podem ser utilizados para adaptar soluções de acordo com alterações ocorridas no ambiente.
- **Resolução de Problemas:** a maior vantagem de um AE é a capacidade de poder atacar problemas para os quais não existe perícia humana. Embora seja possível utilizar o conhecimento humano, a realidade é que “o problema de como

### *Capítulo 3. Computação Evolucionária*

resolver os problemas” não é solucionado.

Apesar de todas estas vantagens, os AE possuem também algumas limitações. De um modo sucinto, os principais pontos fracos de um AE são: a falta de garantia de atingir uma solução óptima em tempo finito, a dificuldade de afinação de parâmetros do algoritmo e a necessidade de vastos recursos computacionais. Convém ainda salientar o facto de, se para um dado problema existir já um algoritmo que o resolva eficientemente em tempo útil, não se deve utilizar um AE na sua resolução. Para uma melhor visão e compreensão dos algoritmos de CE, recomenda-se ao leitor a leitura de [Back et al., 2000a] e [Back et al., 2000b].



# Capítulo 4

## Trabalho Relacionado

O objectivo deste capítulo é expor as principais abordagens ao Problema do Encaminhamento de Veículos presentes na literatura. De uma forma resumida, são descritos os métodos clássicos, heurísticas e as abordagens com base em meta-heurísticas. É dado especial destaque aos métodos baseados em modelos evolucionários.

### 4.1 Introdução

Desde a década de 50 que o VRP é um problema bastante estudado, em especial na área da Investigação Operacional. Devido à sua natureza, o uso de métodos exactos não é viável para instâncias com um número elevado de clientes. Se para o problema do TSP a explosão combinatória é enorme [McConnell, 2001], para o mesmo número de clientes no caso do VRP, este possui uma complexidade superior, visto que o TSP é um caso particular do VRP. Deste modo, a maior parte das abordagens envolve o uso de heurísticas que fornecem soluções aproximadas. Recentemente, as abordagens evolucionárias também começaram a ser empregues na resolução do problema. No entanto, o seu sucesso tem estado sempre dependente de uma hibridização com outros métodos, principalmente métodos heurísticos.

## Capítulo 4. Trabalho Relacionado

A elaboração de um estado da arte completo, sobre as diversas abordagens existentes ao problema, não está no âmbito desta dissertação. Embora tenha sido efectuado uma pesquisa exaustiva à literatura existente sobre o problema, a elaboração de um documento descritivo e crítico sobre o material encontrado constituiria só por si uma dissertação. Perante este facto, optou-se pela breve descrição de uma amostra das diversas abordagens, existindo naturalmente especial relevo para as abordagens de inspiração evolucionária. Como ponto de partida para uma pesquisa mais aprofundada, recomenda-se a leitura de [Aronson, 1996, Cordeau et al., 2000], que contém uma excelente descrição das abordagens clássicas e heurísticas, respectivamente. Para um resumo sobre as abordagens evolucionárias, o texto inicial poderá ser [Bräysy, 2001].

### 4.2 Abordagens Clássicas

Existe um conjunto de algoritmos e métodos normalmente utilizados na resolução do VRP, resultantes das áreas mais tradicionais da Investigação Operacional. Deste conjunto, é importante realçar os grupos de algoritmos mais importantes, isto é, os métodos utilizados de uma forma mais abrangente e com maior sucesso.

No primeiro grupo podemos encontrar os algoritmos de Melhoria/Troca<sup>1</sup>, em que a ideia chave é encontrar uma solução inicial e melhorar através da troca de ligações, clientes ou veículos. O “Algoritmo de Clark e Wright” é o exemplo mais conhecido [Aronson, 1996]. A ideia base deste algoritmo é tentar inserir todas as ligações que não se encontram na solução. Caso dois clientes estejam na mesma solução mas em percursos diferentes, uma nova solução é construída a partir da ligação adicional.

---

<sup>1</sup>Do inglês *Improvement/Exchange*.

O segundo grupo é composto pelos algoritmos de “Baixo Custo/Inserção”, onde o objectivo é encontrar rapidamente uma solução para otimizar em direcção a uma solução de menor custo. A diferença para com os algoritmos anteriormente descritos é a não obrigatoriedade de gerar soluções viáveis, embora tenha que terminar encontrando uma. Um exemplo desta classe de algoritmos é o “Algoritmo de Dantzig e Ramser” [Aronson, 1996].

Finalmente, a utilização de Programação Matemática que normalmente segue os seguintes passos: formulação do problema com relaxação de uma ou mais restrições do problema original; resolução do problema simplificado através da Programação Linear; ajustamento da solução de forma a satisfazer as restrições anteriormente relaxadas. Dois dos esquemas mais usuais em Programação Matemática para o VRP, são o Método de Geração de Colunas<sup>2</sup> e Ramifica e Liga<sup>3</sup> (RL) (o melhor método baseado neste algoritmo, com resultados óptimos para diversas instâncias do VRPTW, é [Kohl et al., 1999]).

### 4.3 Heurísticas

O uso de heurísticas para o VRP tem sido desde sempre um foco de estudo, dando origem ao desenvolvimento de um conjunto de heurísticas específicas para o problema com resultados bastante bons para instâncias de reduzida dimensão. Apesar das limitações, o estudo destas pode-se revelar importante, na medida em que podem ser úteis para complementar outras abordagens.

Uma classe de heurísticas é a “Construção de Percursos”. Estas podem ser utilizadas numa abordagem de duas fases: construção de uma solução inicial, em

---

<sup>2</sup>Do inglês *Column Generation*.

<sup>3</sup>Do inglês *Branch and Bound*.

## Capítulo 4. Trabalho Relacionado

princípio com alguma qualidade; posterior otimização dessa solução através de procura local.

A heurística deste tipo mais utilizada é a Heurística de “Inserção Empurra para a Frente”<sup>4</sup> (PFIH), descrita em [Thangiah et al., 1996]. Os diferentes percursos são construídos através da selecção de um cliente inicial, designado por semente, onde posteriormente os restantes clientes livres são inseridos, de acordo com medidas de custo respeitantes à capacidade e com restrições temporais.

Em [Pesant et al., 1997] é proposta uma combinação de uma heurística de construção de percursos para o TSP, com um modelo de Programação de Restrições. Esta heurística, “GENIUS-CP”, baseia-se num conceito simples. Numa primeira fase, constrói-se um percurso com uma qualidade boa, através da chamada inserção generalizada, isto é: apesar de os clientes serem inseridos um a um, as novas inserções podem ser realizadas entre clientes previamente inseridos. Os segmentos dos percursos sofrem reparações constantes. Após a construção da solução inicial, o processo de optimização é realizado novamente através da inserção generalizada. São removidos clientes dos percursos, sendo inseridos em posições que melhorem a qualidade da solução final. O ponto fulcral desta fase é a utilização de retrocesso, devido ao facto de poder ser impossível inserir um cliente por motivos de más inserções previamente efectuadas.

As heurísticas de procura local são as mais comuns e, neste caso, as que apresentam maior interesse. Regra geral, são aplicadas sobre soluções já previamente descobertas ou geradas, sendo na essência métodos de melhoramento. Para esta abordagem, vimos [Thangiah et al., 1996], onde são utilizadas as heurísticas Permutação- $\lambda$ <sup>5</sup> e  $2-opt$ <sup>6</sup>. Enquanto que o primeiro método é uma simples procura de acordo com uma

---

<sup>4</sup>Do inglês *Push-Forward Insertion Heuristic*.

<sup>5</sup>Do inglês  *$\lambda$ -Interchange*.

<sup>6</sup>Optimização pela troca de duas arestas, com o intuito de resolver cruzamentos.

estratégia, o segundo já tenta realizar a procura com o objectivo de preservar a orientação dos percursos.

Uma forma diferente e eficaz de melhorar a procura local é o método apresentado em [Rochat e Taillard, 1995]. Num primeiro nível, é utilizada a Procura Tabu<sup>7</sup> (PT) para encontrar boas soluções e num segundo nível, a técnica denominada Diversidade e Intensificação Probabilística<sup>8</sup>. A ideia é explorar novas regiões do espaço de procura (a diversidade, segundo o autor) assim como intensificar a procura em regiões consideradas boas (a intensificação). O uso de probabilidades que têm em conta a história e as medidas de custo é o principal factor para o sucesso desta técnica.

Outro trabalho interessante é a utilização da Procura Sôfrega<sup>9</sup> com diversos métodos de melhoramento [Prosser e Shaw, 1997]. A abordagem consiste na utilização de quatro heurísticas de melhoramento. As heurísticas aplicadas são: *2-opt*, relocação, troca e cruzamento<sup>10</sup>. Estas são sempre aplicadas, sendo o método completamente determinístico.

Um método interessante é o *Método Radial* (ver [Khan e Siddiqui, 1998]). Este método surge como um melhoramento da Heurística de Varrimento<sup>11</sup>. A ideia é encontrar o maior raio possível entre um cliente e o depósito, escalá-lo através de um factor, de forma a conter um determinado número de clientes. Em seguida, aplica-se a heurística de varrimento, que consiste no agrupamento dos clientes em percursos, para optimização posterior como um simples TSP.

O método de ejeção de sub-caminhos aparece igualmente incluído numa arquitectura de PT [Rego, 1998]. Nesta perspectiva, o método limita-se a melhorar as soluções resultantes da PT. O conceito base deste método é a transformação das soluções pela

---

<sup>7</sup>Do inglês *Tabu Search*.

<sup>8</sup>Do inglês *Probabilistic Diversification and Intensification*.

<sup>9</sup>Do inglês *Greedy Search*.

<sup>10</sup>Do inglês *Relocate*, *Exchange* e *Cross* respectivamente.

<sup>11</sup>Do inglês *Sweep Heuristic*.

modificação de um número variável de componentes. Esta modificação é efectuada após a identificação de uma subestrutura, a flor de referência<sup>12</sup>, que coordena os movimentos de construção da cadeia de ejeções. Por outras palavras, procede à criação de caminhos e ciclos alternativos.

Finalmente, um outro método é o apresentado por Shaw [Shaw, 1998a] onde um simples algoritmo de Procura Sôfrega é utilizado. Os movimentos são realizados de acordo com um operador de movimento, baseado na relaxação e re-otimização. Um conjunto pré-determinado de clientes é escolhido e removido, de forma a ser novamente inserido, através de RL, melhorando a qualidade final da solução. O processo é repetido até ser cumprido um critério de terminação.

## 4.4 Meta-Heurísticas

Este tipo de abordagem tem sido alvo de um interesse crescente nos últimos tempos, nomeadamente a sua aplicação ao VRP. Aqui são apresentadas as principais amostras da utilização de meta-heurísticas. Para uma boa apresentação das meta-heurísticas e comparação com outros métodos, aconselha-se a leitura de [Michalewicz e Fogel, 2000].

A meta-heurística PT é utilizada com alguma frequência para lidar com o VRP. O exemplo típico da aplicação da PT para o VRP é exemplificado por [Tan et al., 2000]. Neste trabalho é feito um estudo comparativo entre diversos métodos e é importante realçar que, para todas as instâncias do problema, a PT tem o pior desempenho. Em [Duncan, 1995] também se pode encontrar uma comparação entre AG e PT e, neste estudo, os melhores resultados são obtidos pela PT.

---

<sup>12</sup>Do inglês *flower reference structure*.

Da mesma forma que os AG e PT, a Recristalização Simulada<sup>13</sup> (RS) é uma abordagem pouco aplicada ao VRP e respectivas variantes. A aplicação normal ao problema encontra-se bem representada no já mencionado trabalho de [Tan et al., 2000]. Apesar de ter resultados ligeiramente melhores que a PT, não consegue melhorar o desempenho obtido pelos AG, para as instâncias do problema utilizadas no estudo. Outra utilização da RS para atacar o VRP é encontrada em [Bent e Hentenryck, 2001]. Trata-se de uma abordagem híbrida, em que a RS tem como função a minimização do número de veículos a utilizar, sendo depois a optimização da distância realizada por Procura Alargada da Vizinhança<sup>14</sup> (ver [Shaw, 1998b]). Aparentemente, esta abordagem revelou-se bastante robusta e eficiente, pois melhorou diversos resultados das instâncias do conjunto de teste.

A mais recente das meta-heurística mencionadas até ao momento tem sido utilizada com sucesso no TSP e é denominada Optimização por Colónia de Formigas<sup>15</sup> (OCF) [Dorigo et al., 1996]. Naturalmente, surge o passo seguinte, a aplicação ao VRP. Novamente, é de realçar a escassez de trabalhos de aplicação ao problema. O exemplo típico da aplicação da OCF é explicado em [Gambardella et al., 1999]. No entanto, a primeira aplicação da OCF ao VRP foi efectuada por [Bullnheimer et al., 1997].

Todavia, esta meta-heurística converge muito rapidamente para mínimos locais, o que torna a OCF uma forma de resolver o problema muito ineficiente, sendo necessário, complementar esta meta-heurística com um método de procura local. Neste mesmo estudo este facto é exemplificado com a introdução e utilização do operador *2-opt*. Os resultados mostram claramente os efeitos positivos da utilização deste tipo de operador no desempenho da abordagem.

---

<sup>13</sup>Do inglês *Simulated Annealing*.

<sup>14</sup>Do inglês *Large Neighborhood Search*.

<sup>15</sup>Do inglês *Ant Colony Optimization*.

## 4.5 Abordagens Evolucionárias

O uso de AG simples para atacar o problema na sua instância mais básica, o CVRP, tanto quanto julgamos saber, só foi efectuado duas vezes: [Duncan, 1995] e [Machado et al., 2002]. Ambas as abordagens são semelhantes: a mesma representação dos indivíduos – a Representação por Caminhos<sup>16</sup> – percursos num vector, separados por delimitadores; e uso de operadores típicos do TSP (Recombinação de Mapeamento Parcial<sup>17</sup> (PMX); mutação por Troca, Re-Inserção e Re-Ligação<sup>18</sup>). Apesar de as duas implementações não terem sido estudadas de uma forma sistemática e de não terem produzido resultados de qualidade desejada, serviram como ponto de partida.

A problemática da representação dos indivíduos talvez seja o ponto a merecer uma maior reflexão, de forma a melhorar o desempenho do AG, em contrapartida ao estudo e concepção de operadores específicos ao problema. A utilização de uma heurística simples, o Vizinho Mais Próximo<sup>19</sup> (KNN) [Mitchell, 1997], com o objectivo de melhorar o desempenho do algoritmo, foi também utilizado em ambos os trabalhos. No entanto, esta foi aplicada em situações diferentes: como semente para a geração de populações iniciais de qualidade superior ([Duncan, 1995]) e como factor de melhoria dos indivíduos, quando é realizada a sua avaliação ([Machado et al., 2002]).

Na mesma perspectiva, mas para outra variante do problema, o VRPTW, também foram utilizados AG como método de resolução. Sendo a variante do VRP com restrições temporais a mais estudada, o leque de aplicações de AG ao problema é ligeiramente maior. Sintetizando, os estudos efectuados por [Tan et al., 2000], [Zhu, 2000] e [Bräysy, 2001], utilizam a mesma representação (Representação de Caminhos), o

---

<sup>16</sup>Do inglês *Path Representation*, consultar [Michalewicz, 1992].

<sup>17</sup>Do inglês *Partially-Matched Crossover*.

<sup>18</sup>Do inglês *Swap, Re-Insertion* e *Re-Link*.

<sup>19</sup>Do inglês *k-Nearest Neighbor*.



mesmo conjunto de operadores de forma a garantirem indivíduos válidos (PMX, recombinação por Fusão<sup>20</sup> e mutação por Troca) e avaliação dos indivíduos com base na distância percorrida e penalização por violação de restrições.

Um trabalho ligeiramente diferente é o de [Louis et al., 1999], na medida em que o processo de representação e inicialização dos indivíduos é concretizado com base no princípio de agrupamento dos diversos clientes, sendo o preenchimento das posições no cromossoma dos indivíduos feito de acordo com o agrupamento realizado anteriormente. O resto do AG é semelhante aos descritos anteriormente. É de realçar que este AG, para as instâncias mais simples da classe de agrupamento do conjunto de testes de Solomon, atingiu o óptimo em quase todas elas. Este facto vem realçar a importância das questões de representação.

Os modelos híbridos são uma opção normalmente utilizada de forma a combinar o melhor de dois métodos diferentes. A maioria dos AG descritos até ao momento são modelos híbridos, na medida em que são complementados por heurísticas, ou outros métodos. Nesta secção descrevem-se outro tipo de abordagem. Apresentamos dois modelos onde os AG não são o principal método de resolução do problema.

No primeiro e, tendo em mente o conceito de agrupamento, o AG não é utilizado como algoritmo para resolver o problema, mas apenas como complemento [Thangiah, 1995, Thangiah et al., 1996], para realizar o agrupamento dos clientes, de forma a serem usados posteriormente num método de optimização como, por exemplo, o *Permutação- $\lambda$* . É de notar, também, o uso de uma heurística para a criação da população inicial, a PFIH. Esta abordagem, apesar dos bons resultados, tem o defeito da enorme dependência da heurística de pós-optimização. Na realidade, é esta heurística que efectivamente é responsável pela qualidade dos resultados obtidos, sendo o papel do AG apenas o de mero preparador.

---

<sup>20</sup>Do inglês *Merge Crossover*.

## Capítulo 4. Trabalho Relacionado

O segundo modelo recorre a AG e Redes Neurais. Os AG evoluem os pesos de uma rede tendo esta como objectivo realizar o agrupamento dos clientes para posterior construção de percursos através de heurísticas [Potvin et al., 1996]. O último modelo de OCF é o de [White et al., 1998], sendo semelhante em espírito, ao anteriormente descrito. Os AG são utilizados para optimização dos diversos parâmetros.

Estes modelos possuem pouco interesse do ponto de vista dos AG, na medida em que o papel destes é secundário, comparativamente às abordagens com que são hibridizados. O interesse existe sobretudo pelo contributo para a resolução do problema em estudo.

Dois modelos híbridos com bons resultados, foram propostos por [Tan et al., 2001] e [Jung e Moon, 2002]. Ambos os modelos têm uma forte componente heurística, tanto ao nível da inicialização da população, como no melhoramento das soluções. As heurísticas utilizadas são essencialmente as até agora descritas, p. ex., a PFIH e o operador *2-opt*. No entanto, ambos apresentam duas diferenças comparativamente aos restantes modelos. Em [Tan et al., 2001], é utilizada uma representação de caminhos com uma diferença adicional: informação de agrupamentos. Estes agrupamentos são determinados pela utilização das heurísticas. O segundo algoritmo, proposto em [Jung e Moon, 2002] não introduz uma nova representação mas um novo operador genético, denominado de Recombinação Natural<sup>21</sup>. Este operador faz uma partição espacial dos clientes, criando áreas de pertença que posteriormente vão ser cruzadas entre os dois progenitores. Visto que a simples troca não consegue produzir indivíduos válidos, o operador possui mecanismos de correcção, de modo a que os descendentes sejam soluções legais. Posteriormente o algoritmo entra numa fase de melhoramento das soluções encontradas, uma vez mais, por meio de heurísticas de procura local.

---

<sup>21</sup>Do inglês *Natural Crossover*.

Com inspiração mais biológica e desenvolvida em concreto para o VRP, é a abordagem co-evolucionária introduzida em [Machado et al., 2002]. O ponto central deste modelo é a existência de duas populações: a população com as permutações dos clientes e a segunda com a delimitação dos percursos. Evoluindo de forma paralela, a junção de indivíduos resulta numa solução do problema. Todos os outros componentes do algoritmo, representação e operadores, são os tradicionalmente utilizados. A co-evolução parece sofrer de um problema de convergência muito rápida, sendo os resultados não muito bons.

*Capítulo 4. Trabalho Relacionado*

# Capítulo 5

## Abordagem Evolucionária ao Problema

Neste capítulo é efectuada a descrição em pormenor da abordagem ao Problema do Encaminhamento de Veículos. É descrita a representação desenvolvida juntamente com os operadores genéticos associados à representação. Por fim descrevem-se outros aspectos relacionados com a abordagem, nomeadamente a avaliação.

### 5.1 Introdução

Já referimos que uma das vantagens da aplicação de um AG é a simplicidade e facilidade com que se pode modelar um problema em particular ao algoritmo. Parte da beleza é a manutenção dessa mesma simplicidade, não tornar mais complexo o que não é necessário. Perante os diversos trabalhos efectuados com o VRP, em especial com abordagens evolucionárias, consideramos que esse compromisso não ficou bem estabelecido.

A abordagem mais simples no contexto do VRP é, sem dúvida, a utilização de um AG canónico: representação por caminhos, selecção por torneio ou roleta, com elitismo, operadores que preservem a unicidade dos clientes presente nos indivíduos

## Capítulo 5. Abordagem Evolucionária ao Problema

(por exemplo, o PMX ou o operador de recombinação por Fusão), como função de avaliação a distância total dos percursos, sendo indiferente o facto de ser uma função com penalizações ou não. O problema é facilmente modelado com um AG deste género; no entanto, o problema revela-se difícil para as abordagens deste tipo, como comprovam os trabalhos de [Duncan, 1995] e [Machado et al., 2002].

Naturalmente surgem as questões: como avançar? Como melhorar o algoritmo de forma a conseguir resolver o problema? Quais os aspectos que necessitam de ser repensados? As opções de desenvolvimento são muitas, mas nem todas seguem uma linha comum de acção. Reflectindo um pouco sobre o estado da arte, observamos que as linhas de acção seguidas resumem-se ao desenvolvimento de novos operadores genéticos (com ou sem incorporação de heurísticas), a utilização no AG de heurísticas, principalmente para inicialização da população inicial e/ou procura local, ou ainda, a simples utilização de um AG para otimizar agrupamentos de clientes para posterior utilização de métodos heurísticos. Exceptuando o desenvolvimento de operadores genéticos, a investigação realizada é sobretudo sobre aspectos heurísticos e menos sobre CE, ou melhor, sobre as componentes de um AG. Para o desenvolvimento de um AG, existem três pontos fundamentais: representação, operadores genéticos e a avaliação. Pensamos que, no caso particular do VRP, são sobretudo fundamentais as questões relacionadas com a representação, e que não foram investigadas convenientemente. Basta observar a quase inexistência de propostas de novas representações recentemente. O esforço de pesquisa tem sido quase todo no sentido do desenvolvimento de heurísticas. Noutros problemas, verificou-se que as questões relacionadas com a representação são essenciais para a sua resolução, facto verificado, p. ex., no trabalho realizado em torno do Problema do Castor Atarefado [Machado et al., 1999, Machado, 2002]. A representação deve modelar da forma mais fiel possível e natural o problema em questão [Michalewicz e Fogel, 2000].

Nesta perspectiva, a linha de investigação estabelecida para o presente trabalho é clara: simplicidade, desenvolvimento ao nível da representação e operadores genéticos a ela associados e, fundamentalmente, evitar a especificação dos modelos a instâncias particulares do problema.

## 5.2 Representação

A representação mais simples para o VRP é a permutação dos diversos clientes, sendo os percursos definidos apenas na fase de interpretação do cromossoma, isto é, assim que um cliente viole a restrição da capacidade, é calculado um novo percurso, sendo o processo recursivo. Trata-se apenas da adaptação da representação por caminhos do TSP. Na tentativa de aproximar mais esta representação ao problema em causa, pode-se introduzir marcas a indicar explicitamente os percursos. No fundo, são genes contidos no cromossoma que permitem indicar que o conjunto de genes entre duas marcas constituem um percurso. No caso de existir uma violação da restrição de capacidade executa-se o processo anteriormente descrito na fase de interpretação. Associados a estas representações, temos os operadores tradicionais de manipulação de permutações, sendo utilizados mesmo no segundo caso, a permutação com marcas<sup>1</sup>.

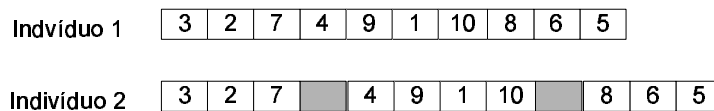


Figura 5.1: Exemplo de indivíduos baseados na representação por caminhos.

Na figura 5.1 podemos observar exemplos de dois indivíduos baseados na representação por caminhos, sendo o primeiro indivíduo o exemplo de uma simples permutação, enquanto que o segundo já possui marcas a diferenciar os percursos.

<sup>1</sup>Convém salientar que, por uma questão de implementação, as marcas são distintas. No entanto o conceito mantém-se inalterado, ou seja, conceptualmente as marcas são idênticas.

## Capítulo 5. Abordagem Evolucionária ao Problema

Este facto traduz logo um dos primeiros problemas com este género de abordagem evolucionária. Os operadores são cegos à estrutura natural do problema. Neste caso concreto, um operador genético está a trabalhar sobre permutações não sendo sensível à informação contida nas mesmas. Assim, é introduzida na abordagem uma deficiência que dificilmente será superada apenas com recurso a métodos de cariz evolucionário, tais como a introdução de aprendizagem, co-evolução, entre outros. Por este motivo, como foi descrito no capítulo 4, as abordagens evolucionárias com relativo sucesso são baseadas em algoritmos híbridos. Desta forma é introduzido no AG conhecimento essencial à descoberta de soluções de boa qualidade. Num algoritmo com uma das representações atrás mencionadas, é fácil introduzir uma heurística de inicialização da população como a PFIH, mas sobretudo, utilizar uma heurística como o *2-opt* como um pós-otimizador (ou mesmo como operador de mutação) e melhorar significativamente os resultados até então alcançados.

É neste contexto que surge a representação por nós desenvolvida. Visto que as representações normalmente utilizadas, pelo menos nos trabalhos por nós conhecidos, são limitadas e ineficazes para o VRP, surge a necessidade de ultrapassar a limitação principal: a incapacidade de representar plenamente a informação necessária, para de uma forma completa, se obter uma solução para o problema. Uma solução candidata para uma instância do VRP, para ser completa, deve especificar três factos: o número de veículos necessários (que caracteriza o número de percursos), identificação dos clientes a serem servidos pelos diferentes percursos e a ordem de entrega dos clientes. Na representação desenvolvida, o material genético de um indivíduo contém os diferentes percursos, cada um constituído por um sub-conjunto ordenado dos clientes a servir, sem repetições. Esta representação codifica toda a informação necessária ao problema, conseguindo, da forma mais natural possível, o que não é possível com a representação de caminhos habitualmente utilizada. Esta naturalidade da representação é importante porque, desta forma, o AG consegue tratar os



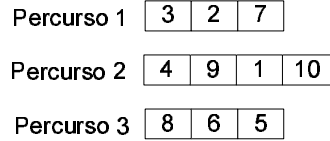


Figura 5.2: Exemplo de um indivíduo GVR.

dois pontos fulcrais do problema: a ordenação dos clientes e o número de veículos. A nova representação genética designa-se por *Genetic Vehicle Representation* (GVR) (consultar [Pereira et al., 2002] e [Tavares et al., 2002]).

A figura 5.2 ilustra um exemplo de um indivíduo com a representação GVR (com dez clientes). Na figura podemos observar um indivíduo composto por três percursos. A ordem de visita dos diversos clientes é determinada pela sua posição. Não é necessário codificar o depósito no cromossoma, visto que pela definição do problema, um percurso tem início e fim no depósito, evitando-se assim a redundância de informação. Deste modo, o primeiro percurso tem início no depósito, seguindo o trajecto pelo cliente 3, 2 e 7. Após o serviço efectuado em 7, o veículo retorna ao depósito. Para o segundo percurso, constituído pelos clientes 4, 9, 1 e 10, o trajecto do veículo é realizado da mesma forma (assim como para o terceiro percurso).

Para o CVRP, alguns dos percursos codificados no indivíduo podem provocar uma violação da restrição da capacidade dos veículos. Quando isto acontece, para garantir que a interpretação do cromossoma resulta numa solução válida, ou seja, sem violações de capacidade, o percurso é dividido em sub-percursos. Um exemplo ilustrativo da situação: assumindo que o percurso original é  $\{a, b, c, d, e, f, g, h\}$  e que a capacidade do veículo é excedida no cliente  $f$ , o itinerário é dividido em duas secções:  $\{a, b, c, d, e\}$  e  $\{f, g, h\}$ , adicionando um novo veículo à solução, ou seja, caso o percurso exceda a capacidade do veículo, novos veículos são adicionados, sendo este um processo recursivo.

## Capítulo 5. Abordagem Evolucionária ao Problema

Na variante com restrições temporais (VRPTW), a interpretação inclui precauções adicionais, de modo a lidar com as janelas temporais [Tavares et al., 2002]. As violações de ordem temporal são três: chegada cedo a um cliente, chegada tardia a um cliente ou chegada tardia ao depósito. A primeira situação é de fácil resolução, sendo apenas necessário adicionar ao tempo de viagem o tempo de espera até o cliente poder ser servido, isto é, o veículo deve esperar até ao início da janela temporal de serviço. Para situações em que se verificam chegadas tardias, um novo sub-percurso deve ser criado no itinerário de forma a validar a solução. Tal como anteriormente, são criados novos percursos, quando existe uma violação da restrição de capacidade. É importante salientar que estas alterações só se efectuam ao nível da interpretação do cromossoma, na passagem do genótipo para o fenótipo. O cromossoma não é alterado.

Após esta descrição, surge a necessidade de uma curta reflexão. Em primeiro lugar convém realçar a simplicidade da nova representação, sendo completa comparativamente às representações usualmente utilizadas. Ao conter a informação necessária para representar devidamente as soluções para o problema, criou-se espaço para o desenvolvimento de operadores genéticos que manipulem de forma natural os indivíduos. Embora seja clara a necessidade de se construírem representações que se aproximem da estrutura do problema, é imperativo realizá-lo com cuidado. Comparando a representação GVR com representações baseadas em caminhos, verifica-se que apesar destas últimas conseguirem representar uma solução para o problema, não o fazem de modo a respeitar o mais possível a sua estrutura. É este facto que pode fazer a diferença para um AG, sendo necessário para representações incompletas a ajuda explícita de heurísticas. A representação proposta nesta dissertação, a GVR, é assim o pilar fundamental para o desenvolvimento de um AG não híbrido, que seja competente a resolver o VRP.

## 5.3 Operadores Genéticos

Consideram-se as duas categorias habituais de operadores: recombinação e mutação. Os operadores devem ser capazes de lidar com a informação contida num indivíduo com representação GVR. Nesta perspectiva, os operadores devem ser capazes de alterar a ordem de entrega dos pedidos de clientes dentro de um percurso específico e modificar a quantidade de clientes a serem servidos por um veículo. Nesta última situação, os operadores não só devem realizar a troca de clientes entre percursos, mas também modificar o número de veículos pertencentes a uma solução (acrescentando ou diminuindo percursos). Outro requisito essencial: os operadores têm que gerar sempre soluções válidas.

### 5.3.1 Recombinação

Considerando a representação proposta e a necessidade de operar sobre ela de uma forma natural, ou seja, de modo a que o cromossoma sofra manipulações coerentes com a estrutura do problema, o operador de recombinação deve manipular em primeira instância percursos. O material genético do indivíduo são os diferentes percursos, sendo estes o conjunto de genes que vão ser transmitidos de um indivíduo para outro. Visto que o operador de recombinação é o operador que efectua a transmissão de material genético entre indivíduos, o paralelo entre um operador de corte tradicional (por exemplo, recombinação de 2 pontos) e um possível operador de recombinação adequado à representação GVR é simples: os pontos de corte são definidos pela escolha aleatória de um percurso, sendo esse mesmo percurso o conjunto de genes seleccionado para troca; no operador de recombinação de 2 pontos, os pontos de corte seriam genes escolhidos aleatoriamente e o conjunto de genes entre os pontos, o material genético para troca. De uma forma geral e empírica, esta seria uma primeira forma de realizar

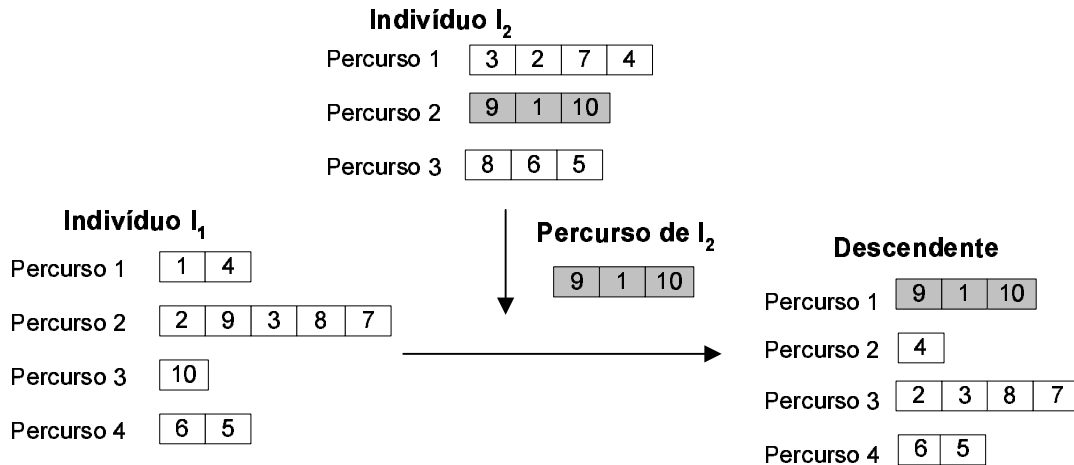


Figura 5.3: Operador de Recombinação.

a operação de recombinação. No entanto, esta sofreu algumas ligeiras adaptações conforme é descrito em seguida.

Quando um indivíduo é seleccionado para ser submetido à operação de recombinação, recebe um fragmento de material genético do outro progenitor, concretamente um percurso. Este fragmento é inserido no descendente como o primeiro percurso. Após a inserção, é realizado um procedimento de correcção para validar os percursos originais, entretanto inseridos no descendente. Este procedimento limita-se a remover dos restantes percursos os clientes existentes no primeiro percurso (recebido do segundo progenitor). Deste modo é assegurado que o novo indivíduo contém uma solução válida. Durante a aplicação deste operador, o progenitor doador não é alterado. A figura 5.3 ilustra o seu funcionamento. Este operador, na sua forma actual, pode acrescentar ou retirar veículos à solução.

O operador de recombinação pode ser ligeiramente alterado, obtendo-se deste modo um segundo operador, denominado de operador de recombinação modificado. O processo é em todo idêntico ao funcionamento do anteriormente descrito, com a diferença na escolha do material genético para inserção e o respectivo modo de

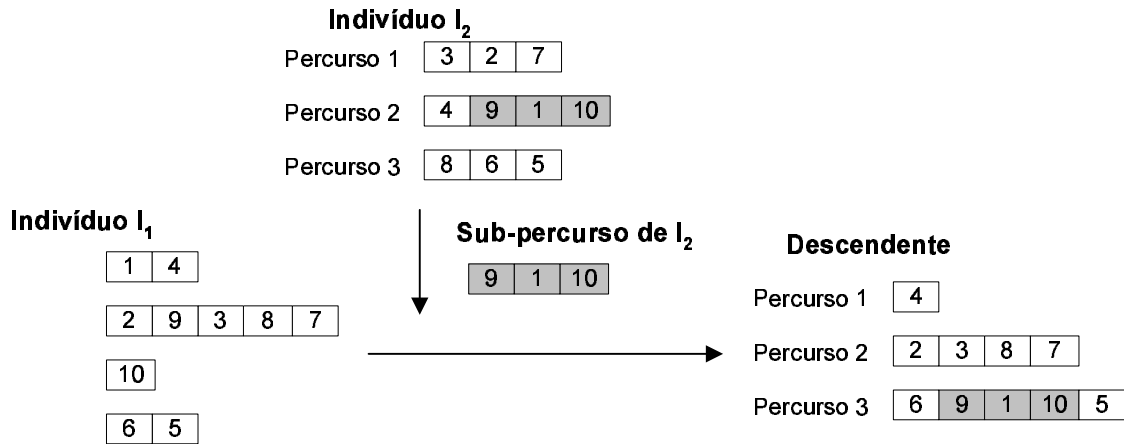


Figura 5.4: Operador de Recombinação Modificado.

inserção no indivíduo descendente. Em vez de se escolher um percurso completo no progenitor doador, selecciona-se parte de um percurso de tamanho aleatório (podendo no entanto obter o comprimento total), sendo posteriormente inserido numa posição, determinada em função das localizações geográficas dos clientes. Isto é, selecciona-se no receptor um percurso, de seguida procura-se o cliente geograficamente mais próximo do cliente inicial do percurso a ser inserido. Após a inserção, o cromossoma é corrigido para eliminar as repetições existentes. A figura 5.4 ilustra o funcionamento deste novo operador de recombinação.

O operador de recombinação torna possível que um pedaço de informação, parte integrante de um indivíduo, possa ser incorporada noutra indivíduo, ou seja, outra solução. Através do comportamento descrito, e contrariamente ao primeiro operador de recombinação, este operador só pode retirar veículos a uma solução. Neste ponto, surge naturalmente a questão: porquê no primeiro operador o material genético para inserção é um percurso completo e no segundo operador é um sub-percurso? A justificação é simples e uma vez mais, é devido ao facto de se querer respeitar a estrutura do problema. Em determinadas instâncias do problema, as melhores soluções possuem percursos com uma quantidade considerável de clientes, enquanto noutras é a

situação contrária. Existem percursos com poucos clientes. Perante este facto, será em princípio mais difícil para o primeiro operador efectuar a exploração do espaço para o tipo de instâncias com percursos longos, sendo mais adequado a instâncias com percursos de menor dimensão. Para o segundo operador de recombinação proposto, deverá-se verificar a situação contrária.

### 5.3.2 Mutação

Os descendentes obtidos pela recombinação podem sofrer mutação. Utilizam-se quatro operadores de mutação, inspirados no funcionamento dos operadores tradicionais de problemas com permutações. Os operadores são:

- **Troca:** selecciona dois clientes e troca-os de posição. Os clientes podem pertencer ou não ao mesmo percurso.
- **Inversão:** selecciona um sub-percurso e inverte a ordem de visita aos clientes que lhe pertencem.
- **Inserção:** escolhe um cliente e insere-o noutra posição. O percurso onde é inserido é determinado de forma aleatória. É possível criar um novo itinerário, contendo apenas o cliente seleccionado, com uma determinada probabilidade para o efeito. A probabilidade é calculada por:

$$\frac{1}{2V} \tag{5.3.1}$$

sendo  $V$  o número de veículos da solução actual<sup>2</sup>. Deste modo, a probabilidade de criar novos percursos é inversamente proporcional ao número de veículos já em utilização. A figura 5.5 demonstra o funcionamento deste operador.

---

<sup>2</sup>O factor  $\frac{1}{2}$  é justificado pelo caso de  $V = 1$ , em que não seria possível, em teoria, obter soluções com 1 veículo. De igual forma, o factor não deve ser superior visto que isso implicaria probabilidades baixas, mesmo para casos com poucos veículos, por exemplo  $\frac{1}{4}$  e  $V = 2$ .

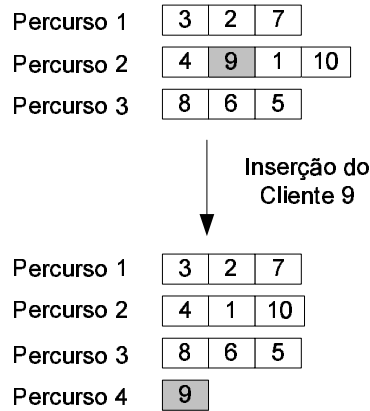


Figura 5.5: Mutação por Inserção.

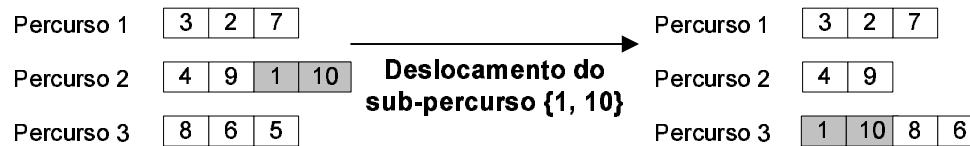


Figura 5.6: Mutação por Deslocamento.

- **Deslocamento:** selecciona um sub-percurso e insere-o noutra posição. Esta operação pode ser executada no mesmo percurso ou em percursos diferentes do cromossoma. Como no operador anterior, também pode criar novos percursos, através de uma probabilidade, calculada da mesma maneira. O funcionamento do operador   mostrado na figura 5.6. Existem também analogias com operadores de inspira o biológica [Simões, 1999].

De uma forma abreviada, os operadores de troca e inversão não alteram o número de veículos de uma solução, ao contrário dos operadores de inserção e deslocamento. A utilização deste conjunto alargado de operadores justifica-se pela forma como manipulam a informa o contida num indivíduo, ou seja, possuem funções diferentes no contexto da manipula o natural da representa o. Os operadores de muta o por troca e inversão têm como função introduzir alterações na ordem dos clientes num percurso. São operadores vocacionados para a ordena o dos clientes no cromossoma.

A mutação por inserção e deslocamento possuem um objectivo diferente, isto é, o seu papel principal é na alteração do número de percursos no indivíduo. Deste modo, são operadores encarregues do número de veículos num indivíduo. É importante também salientar outra característica a respeito destes dois operadores. A mutação por inserção por ser vista como um caso particular da mutação por deslocamento.

Todos estes operadores de mutação possuem uma probabilidade específica de serem aplicados a um indivíduo. Esta probabilidade é independente para cada operador, o que significa que todos os operadores podem ser ou não aplicados ao mesmo indivíduo.

## 5.4 Avaliação

A função de avaliação é responsável pelo cálculo do custo de uma solução, ou seja, a aptidão do indivíduo. Nas instâncias do VRP escolhidas para os testes, o custo é a distância euclidiana:

$$c_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \quad (5.4.1)$$

É, no entanto, preciso ter em atenção alguns pormenores no respectivo cálculo. No CVRP, para calcular a distância entre dois clientes  $i$ ,  $j$ , sendo  $(x_i, y_i)$  e  $(x_j, y_j)$  as coordenadas dos pontos  $i$  e  $j$ , a distância calculada é arredondada ao inteiro mais próximo [Reinelt, 1995].

Na variante VRPTW, o cálculo do custo é diferente. O custo é o tempo total. No entanto, para as instâncias do problema utilizadas, o tempo para percorrer uma unidade de distância é 1, logo, o custo total é a soma da distância total percorrida com o tempo total de espera e serviço. Embora a distância entre clientes seja igualmente euclidiana, o respectivo cálculo final difere. Neste caso, para dois clientes a fórmula



utilizada é

$$c_{ij} = \frac{\lfloor 10 \times \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \rfloor}{10} \quad (5.4.2)$$

onde  $\lfloor a \rfloor$  é a componente inteira de  $a$ . Não existindo uma convenção sobre a fórmula de cálculo da distância, optou-se por esta devido ao facto de ser a mesma utilizada em [Kohl et al., 1999], com a vantagem de permitir obter os valores exactos das soluções óptimas para as instâncias do problema.

## 5.5 Aspectos Adicionais

Referidas as questões relacionadas com a representação, em especial a sua definição, com os operadores genéticos associados ao AG e com a função de avaliação, falta clarificar alguns pontos do algoritmo desenvolvido.

A população é inicializada de forma aleatória sem recorrer a nenhum tipo de heurística. No entanto, para gerar soluções válidas é preciso ter um cuidado especial. Naturalmente os pontos fundamentais na geração aleatória dos indivíduos são a não repetição e a existência de todos os clientes presentes na instância do problema. O algoritmo utilizado para a geração aleatória de um indivíduo membro da população inicial é ilustrado na figura 5.7.

```

gerar conjunto  $D$  com uma permutação aleatória dos clientes
enquanto existirem elementos em  $D$  repetir
    gerar número  $K$  aleatório entre 1 e  $D$ 
    criar novo percurso com os  $K$  primeiros clientes
    retirar os  $K$  primeiros elementos de  $D$ 
    inserir os elementos no novo percurso
    
```

Figura 5.7: Inicialização de um indivíduo.

É utilizada uma estratégia elitista, onde o melhor indivíduo é guardado de geração

## *Capítulo 5. Abordagem Evolucionária ao Problema*

para geração. A selecção dos indivíduos é realizada por Torneio de dimensão  $K$ .

O AG processa os indivíduos de uma forma linear. Assumindo uma população de tamanho  $N$ , em cada geração,  $N$  progenitores são seleccionados e  $N$  descendentes são obtidos através da aplicação dos operadores genéticos.

# Capítulo 6

## Resultados Experimentais

O objectivo deste capítulo é a apresentação dos resultados experimentais obtidos na aplicação da abordagem proposta, a duas variantes do problema. A análise efectuada dos respectivos resultados é igualmente descrita, concluindo-se com uma breve discussão dos mesmos.

### 6.1 Introdução

Apresentada a abordagem evolucionária ao problema, é necessário validar o modelo desenvolvido através da realização de trabalho experimental. A experimentação efectuada incidiu sobretudo sobre as duas principais variantes do problema, descritas no Capítulo 2.

Um ponto que merece consideração são os conjuntos de teste, as instâncias do problema, utilizados para testar o modelo desenvolvido. O factor mais importante é a representatividade das instâncias utilizadas. Estas devem permitir um maior conjunto de comparações da nossa abordagem com outras alternativas. Por outro lado, é necessário que os conjuntos de teste permitam efectivamente testar diferentes características do problema.

## Capítulo 6. Resultados Experimentais

No caso do CVRP as instâncias do problema seleccionadas foram os conjuntos de *Augerat Set A*, *Augerat Set B* e *Christofides & Eilon*<sup>1</sup>. Todos os conjuntos são constituídos por instâncias com um número de clientes compreendido entre 32 e 80, com distâncias euclidianas.

Para o VRPTW, os conjuntos de teste seleccionados foram os desenvolvidos por Marius Solomon<sup>2</sup>, sendo estes os conjuntos de teste padrão para esta variante do VRP. As instâncias são formadas por dois grupos diferentes (grupo 1 e grupo 2), que por sua vez são constituídos por três classes diferentes (C, R e RC). A diferença entre os grupos reside no facto do grupo 1 conter instâncias com janelas temporais mais pequenas (percursos com menor número de clientes) enquanto o grupo 2 possui instâncias com janelas temporais maiores (ou seja, os percursos possuem um grande número de clientes). As classes designam o tipo da localização dos clientes: na classe C os clientes estão localizados em grupos, na classe R a localização é puramente aleatória e na classe RC temos uma mistura das duas classes anteriores. As distâncias entre clientes são igualmente euclidianas e o número de clientes, para todas as instâncias, é de 25, 50 ou 100.

## 6.2 Versão Genérica

A abordagem GVR foi testada primeiro com a versão mais simples do problema, a CVRP. A razão principal para esta escolha deve-se ao facto de esta ser uma variante com uma topologia do espaço de procura mais acessível devido ao menor número de restrições que o CVRP possui comparativamente a outras variantes (p. ex. a versão com restrições temporais). É de salientar que para métodos baseados em satisfação de

---

<sup>1</sup>Disponíveis em <http://branchandcut.org>

<sup>2</sup>Disponíveis em <http://web.cba.neu.edu/~msolomon/problems.htm>

restrições, verifica-se o oposto visto que o espaço de soluções inválidas não é considerado. Os resultados obtidos foram originalmente publicados em [Pereira et al., 2002].

Os parâmetros para o AG são os seguintes: Número de Gerações: 50000 (excepto a instância A32k5 que só necessitou de 10000); Tamanho da População: 200; Tamanho do Torneio: 5; Estratégia elitista; Probabilidade de Recombinação: 0.75; Probabilidade de Troca: 0.05; Probabilidade de Inversão: {0.1, 0.15}; Probabilidade de Inserção: 0.05; Probabilidade de Deslocamento: {0.15, 0.2}. Para cada combinação destes parâmetros foram realizadas 30 simulações do AG com as mesmas condições iniciais. Para a recombinação foi utilizado o operador de recombinação modificado.

É preciso ter em atenção que estes valores foram especificados de uma forma empírica, não tendo sido realizado um estudo completo sobre a parametrização do AG adequada ao problema. No entanto, perante testes adicionais realizados, podemos concluir que, dentro de um limite moderado, não existem alterações significativas nos resultados. É necessário e importante salientar que não foi executado nenhum estudo aprofundado dos diferentes operadores, em especial dos operadores de mutação. O objectivo primordial destes testes é a verificação da aplicabilidade da abordagem GVR ao problema do VRP.

Na tabela 6.1 apresentam-se os melhores valores encontrados para um conjunto de instâncias do CVRP (12 no seu total, as melhores soluções foram compiladas de [Ralphs et al., 2001]). A coluna *Cientes* identifica o número de clientes da instância do problema. A coluna *Melhor* identifica o melhor valor encontrado pelas outras abordagens. As restantes colunas contêm os resultados após a aplicação da abordagem GVR. Facilmente se observa que a abordagem conseguiu obter de uma forma consistente boas soluções. Em seis instâncias conseguiu inclusive melhorar as soluções até então descobertas (A60k9, A69k9, B57k7, B78k10, E76k10 e E76k14). Um facto curioso verificou-se na instância B57k7, onde a anterior melhor solução contém 7

Capítulo 6. Resultados Experimentais

Instâncias	Clientes	Melhor	Inversão 0.1		Inversão 0.15	
			Desl. 0.15	Desl. 0.2	Desl. 0.15	Desl. 0.2
A32k5	32	784	784	784	784	784
A54k7	54	1167	1167	1167	1167	1167
A60k9	60	1358	1358	1354	1358	1358
A69k9	69	1167	1159	1165	1165	1165
A80k10	80	1764	1764	1777	1781	1774
B57k7	57	1153	1140	1140	1140	1140
B63k10	63	1496	1507	1496	1516	1497
B78k10	78	1266	1224	1223	1224	1221
E76k7	76	682	683	687	691	683
E76k8	76	735	737	738	738	740
E76k10	76	832	837	841	830	837
E76k14	76	1032	1028	1022	1031	1030

Tabela 6.1: Melhores soluções encontradas para o CVRP.

veículos, enquanto que a solução descoberta pela abordagem GVR possui 8 veículos. Pela definição do problema, o factor de qualidade de uma solução é apenas o custo, isto é, a distância percorrida, (1153 contra 1140) e não o número de veículos, pelo que a solução encontrada pelo GVR é claramente melhor<sup>3</sup>.

Na tabela 6.2, com os mesmos parâmetros, apresenta-se a média das melhores soluções encontradas em cada uma das 30 simulações. A coluna *Dist.* representa a distância percentual entre a média das melhores soluções e a melhor solução existente (já incluindo as soluções obtidas pela abordagem GVR). Esta informação é de extrema importância pois revela que a representação utilizada é bastante fiável e robusta. De um modo geral, os valores da distância são pequenos, nunca ultrapassando 3.5%. Outro ponto a realçar: uma pequena variação nas taxas de mutação dos operadores não provocou grandes divergências nos resultados. Foram sempre alcançadas boas

<sup>3</sup>No entanto, em situações do mundo real, a solução com menor número de veículos poderá ser a preferida.

Instâncias	Inversão 0.1				Inversão 0.15			
	Desl. 0.15		Desl. 0.2		Desl. 0.15		Desl. 0.2	
	Med.	Dist.	Med.	Dist.	Med.	Dist.	Med.	Dist.
A32k5	793.4	1.2	790.0	0.9	796.5	1.6	786.3	0.3
A54k7	1178.6	1.0	1186.2	1.6	1182.4	1.3	1188.9	1.9
A60k9	1377.9	1.8	1377.9	1.8	1387.9	2.5	1372.4	1.4
A69k9	1180.6	1.9	1182.0	2.0	1180.0	1.8	1179.9	1.8
A80k10	1811.2	2.7	1813.8	2.9	1819.3	3.2	1811.0	2.7
B57k7	1141.1	0.1	1141.2	0.1	1141.7	0.1	1140.7	0.1
B63k10	1546.6	3.4	1544.0	3.2	1547.0	3.4	1545.7	3.3
B78k10	1255.3	2.8	1254.6	2.7	1249.5	2.3	1252.3	2.6
E76k7	705.9	3.5	704.8	3.3	703.4	3.1	705.0	3.4
E76k8	755.9	2.8	755.3	2.8	756.2	2.9	755.4	2.8
E76k10	851.7	2.5	856.6	3.2	852.6	2.7	854.0	2.9
E76k14	1042.9	2.0	1043.5	2.1	1045.2	2.3	1043.0	2.1

Tabela 6.2: Média das Melhores soluções encontradas para o CVRP.

soluções. Este facto mostra o comportamento robusto da abordagem, que consegue garantir, com uma probabilidade alta, bons resultados.

Outro aspecto importante do AG é este conseguir resistir à convergência prematura (ter em atenção que se está a trabalhar com a variante CVRP). Para exemplificar esta situação escolheu-se a instância com maior número de clientes (A80k10) e aumentou-se o número de gerações para 100000. A tabela 6.3 ilustra o efeito da duplicação do número de gerações. Com os mesmos parâmetros, a média das 30 simulações decresce ligeiramente e, mais importante, conseguiu-se obter uma nova melhor solução, com custo 1763. Este exemplo confirma que o processo evolutivo não estagnou.

Na tabela 6.4, temos as melhores soluções obtidas pela nossa abordagem para todas as instâncias do conjunto de teste, em comparação com os melhores resultados previamente alcançados por outras abordagens (evolucionárias, heurísticas, etc).

Gerações	Inversão 0.1				Inversão 0.15			
	Desl. 0.15		Desl. 0.2		Desl. 0.15		Desl. 0.2	
	Melhor	Med.	Melhor	Med.	Melhor	Med.	Melhor	Med.
50000	1764	1811.2	1777	1813.8	1781	1819.3	1774	1811.0
100000	1764	1800.8	1777	1808.6	1775	1813.4	1763	1805.8

Tabela 6.3: Efeito da duplicação do número de gerações. Instância A80k10.

Pela tabela podemos facilmente concluir que a abordagem GVR atingiu os valores óptimos das instâncias mais simples, mas, mais importante ainda, para as instâncias de dimensão superior foi possível melhorar os resultados obtidos até ao momento, estabelecendo deste modo as novas melhores soluções conhecidas (instâncias A60k9, A63k9, A69k9, A80k10, B51k7, B57k7, B66k9, B68k9 e B78k10). Para 5 instâncias (A61k9, A63k10, A64k9, B64k9 e B67k10) não foram alcançados os melhores resultados já conhecidos. No entanto, devido ao facto de não se ter realizado um estudo completo sobre o papel dos operadores ou sobre os valores dos parâmetros, crê-se que será igualmente possível atingir ou melhorar esses valores.

### 6.3 Variante com Restrições Temporais

Após os bons resultados obtidos com a abordagem GVR no CVRP, a etapa seguinte foi resolver a variante com restrições temporais. Esta variante do problema é a mais utilizada em estudos relacionados com o VRP. Os resultados obtidos foram originalmente publicados em [Tavares et al., 2002].

Os parâmetros escolhidos para o AG são os seguintes: Número de Gerações: 50000; Tamanho da População: 200; Tamanho do Torneio: 5; Estratégia elitista; Probabilidade de Recombinação:  $\{0.25, 0.5\}$ ; Probabilidade de Troca: 0.1; Probabilidade de



Instâncias	Anterior		GVR		Instâncias	Anterior		GVR	
	NV	Custo	NV	Custo		NV	Custo	NV	Custo
A32k5	5	784	5	784	B31k5	5	672	5	672
A33k5	5	661	5	661	B34k5	5	788	5	788
A33k6	6	742	6	742	B35k5	5	955	5	955
A34k5	5	778	5	778	B38k6	6	805	6	805
A36k5	5	799	5	799	B39k5	5	549	5	549
A37k5	5	669	5	669	B41k6	6	829	6	829
A37k6	6	949	6	949	B43k6	6	742	6	742
A38k5	5	730	5	730	B44k7	7	909	7	909
A39k5	5	822	5	822	B45k5	5	751	5	751
A39k6	6	831	6	831	B45k6	6	678	6	678
A44k7	6	937	6	937	B50k7	7	741	7	741
A45k6	6	944	6	944	B50k8	8	1313	8	1313
A45k7	7	1146	7	1146	B51k7	7	1032	8	1016
A46k7	7	914	7	914	B52k7	7	747	7	747
A48k7	7	1073	7	1073	B56k7	7	707	7	707
A53k7	7	1010	7	1010	B57k7	7	1153	8	1140
A54k7	7	1167	7	1167	B57k9	9	1598	9	1598
A55k9	9	1073	9	1073	B63k10	10	1496	10	1496
A60k9	9	1358	9	1354	B64k9	9	861	9	862
A61k9	9	1034	9	1035	B66k9	9	1347	9	1318
A62k8	8	1290	8	1290	B67k10	10	1032	10	1035
A63k10	10	1315	10	1318	B68k9	9	1291	9	1275
A63k9	9	1634	9	1616	B78k10	10	1266	10	1221
A64k9	9	1402	9	1414					
A65k9	9	1174	9	1174					
A69k9	9	1167	9	1159					
A80k10	10	1764	10	1763					

Tabela 6.4: Melhores resultados, instâncias de Augerat Set A e Set B.

Capítulo 6. Resultados Experimentais

Instâncias	Melhor GVR		Ótimo		Heurísticas		Melhor AE	
	NV	Custo	NV	Custo	NV	Custo	NV	Custo
C101	10	827.3	10	827.3	10	828.94	10	828.94
C102	10	827.3	10	827.3	10	828.94	10	868.80
C103	10	826.3	10	826.3	10	828.06	11	939.46
C104	10	834.7	10	822.9	10	824.78	10	963.72
R101	21	1666.3	20	1637.7	19	1645.79	20	1676.86
R102	19	1486.1	18	1466.6	17	1486.12	17	1549.00
R103	15	1244.2	14	1208.7	13	1292.68	15	1311.81
R104	12	1024.8	n/a	n/a	10	982.01	10	1090.00
RC101	18	1671.2	15	1619.8	14	1696.94	17	1728.30
RC102	15	1502.5	14	1457.4	12	1554.75	14	1569.00
RC103	13	1353.8	11	1258.0	11	1261.67	14	1519.83
RC104	11	1179.9	n/a	n/a	10	1135.48	11	1263.00

Tabela 6.5: Resumo das melhores soluções encontradas.

Inversão: 0.1; Probabilidade de Inserção: {0.25, 0.5}; Probabilidade de Deslocamento: {0.25, 0.5}. Para a recombinação foi utilizado o operador de recombinação genérico.

Para cada combinação destes parâmetros foram realizadas 30 simulações do AG com as mesmas condições iniciais. Tal como os testes realizados para o CVRP, também para o VRPTW os valores foram obtidos de uma forma empírica, não tendo sido realizado um estudo completo sobre a parametrização do AG adequada ao problema. No entanto, perante testes adicionais realizados, podemos concluir que, dentro de um limite moderado, não existem alterações significativas aos resultados.

Para os valores especificados, na tabela 6.5 apresentamos para algumas instâncias, as melhores soluções encontradas pela abordagem GVR comparando com a solução ótima, a melhor solução encontrada através de métodos heurísticos e por abordagens evolucionárias anteriores (coluna “Melhor AE”), sendo *NV* o número de veículos

Instâncias	Deslocamento 0.5				Deslocamento 0.25			
	Ins. 0.25		Ins. 0.5		Rec. 0.25		Rec. 0.5	
	Custo	Med.	Custo	Med.	Custo	Med.	Custo	Med.
C101	827.3	847.14	827.3	876.58	827.3	832.63	827.3	845.18
C102	827.3	872.03	827.3	896.15	827.3	866.24	827.3	869.44
C103	826.3	885.58	827.3	896.47	826.3	900.49	826.3	909.42
C104	850.9	914.31	860.7	939.07	854.8	916.82	834.7	941.96
R101	1677.8	1720.41	1695.1	1726.28	1683.4	1722.08	1666.3	1723.70
R102	1508.1	1541.52	1508.2	1550.24	1477.8	1538.89	1486.1	1536.98
R103	1244.2	1302.77	1267.3	1310.07	1244.0	1300.86	1267.7	1321.56
R104	1024.8	1078.02	1031.4	1077.61	1014.3	1071.29	1044.3	1085.37
RC101	1708.4	1777.86	1689.9	1768.54	1671.2	1769.07	1686.5	1770.28
RC102	1527.9	1597.78	1502.5	1589.36	1519.6	1612.80	1536.3	1611.79
RC103	1358.2	1407.81	1361.4	1407.01	1379.4	1423.77	1353.8	1415.48
RC104	1215.9	1273.92	1207.9	1267.29	1205.5	1273.40	1179.9	1278.32

Tabela 6.6: A média e os melhores resultados obtidos para o VRPTW.

e *Custo* a distância percorrida (as soluções das restantes abordagens foram compiladas de [Kohl et al., 1999], [Thangiah et al., 1996] e [Tan et al., 2000]). Através da observação da tabela, pode-se facilmente concluir que a GVR é igualmente uma representação eficaz para a variante VRPTW. Os factos mais importantes a salientar são: obteve um desempenho superior comparativamente a todas as abordagens evolucionárias anteriores (em todas as instâncias, a GVR descobriu soluções de qualidade superior); é uma abordagem competitiva contra os métodos heurísticos, visto que numa ligeira maioria das instâncias (7 em 12) alcançou melhores soluções, sendo de realçar o facto de que, nas outras situações, a abordagem GVR consegue uma distância inferior a 5% comparativamente à solução óptima (excepção única a instância RC103 com 7%); para a maioria das soluções do conjunto *C*, a solução óptima foi descoberta (nomeadamente, nas instâncias C101, C102 e C103).

Na tabela 6.6, para cada um dos parâmetros testados, apresenta-se a melhor

## Capítulo 6. Resultados Experimentais

solução encontrada, juntamente com a média das melhores soluções de cada experiência, para as 30 simulações. Para instâncias de grupos diferentes, o algoritmo conseguiu encontrar soluções com boa qualidade, competitivas com as abordagens existentes. Importante também é o facto de mesmo com ligeiras variações nos parâmetros do AG, os resultados não divergirem muito, sendo bastante similares. A abordagem não é muito susceptível a alterações de determinados parâmetros, tais como as taxas de aplicação dos operadores. Este facto também já era visível nos testes efectuados com o CVRP.

A tabela 6.7 com os resultados para todas as instâncias comprova precisamente esse aspecto. Para diferentes tipos de instâncias a abordagem consegue obter resultados bastantes bons, algo que não acontece com nenhuma outra abordagem, evolutiva ou heurística. A abordagem GVR para a variante VRPTW consegue bons resultados mas ao contrário da variante CVRP, não conseguiu melhorar ou atingir os melhores resultados conhecidos. As boas soluções são encontradas de um modo rápido, sendo o seu progressivo melhoramento muito reduzido. Nesta variante a duplicação do número de gerações não trouxe melhorias significativas.

No capítulo seguinte apresentamos um conjunto de testes complementares, sendo o seu objectivo permitir clarificar algumas das questões levantadas ao longo deste capítulo.

Instâncias	Melhor GVR		Ótimo		Heurísticas	
	NV	Custo	NV	Custo	NV	Custo
C101	10	827.3	10	827.3	10	828.94
C102	10	827.3	10	827.3	10	828.94
C103	10	826.3	10	826.3	10	828.06
C104	10	826.0	10	822.9	10	824.78
C105	10	827.3	10	827.3	10	828.94
C106	10	827.3	10	827.3	10	828.94
C107	10	827.3	10	827.3	10	828.94
C108	10	827.3	10	827.3	10	828.94
C109	10	827.3	10	827.3	10	828.94
R101	21	1666.3	20	1637.7	19	1645.79
R102	19	1486.1	18	1466.6	17	1486.12
R103	15	1243.4	14	1208.7	13	1292.68
R104	12	1013.6	n/a	n/a	10	982.01
R105	17	1423.5	15	1355.3	14	1377.11
R106	15	1282.8	13	1234.6	12	1252.03
R107	12	1110.6	11	1064.6	10	1104.66
R108	10	983.4	n/a	n/a	9	960.88
R109	14	1209.2	13	1146.9	11	1194.73
R110	13	1140.3	12	1068	10	1118.84
R111	12	1115.9	12	1048.7	10	1096.72
R112	11	1003.5	n/a	n/a	9	982.14
RC101	18	1671.2	15	1619.8	14	1696.94
RC102	15	1502.5	14	1457.4	12	1554.75
RC103	12	1317.7	11	1258	11	1261.67
RC104	11	1179.9	n/a	n/a	10	1135.48
RC105	17	1590.5	15	1513.7	13	1629.44
RC106	14	1447.3	n/a	n/a	11	1424.73
RC107	13	1254.0	n/a	n/a	11	1230.48
RC108	12	1174.9	n/a	n/a	10	1139.82

Tabela 6.7: As melhores soluções para o VRPTW com 100 clientes.

*Capítulo 6. Resultados Experimentais*

# Capítulo 7

## Estudos Complementares

Neste capítulo são descritos estudos complementares desenvolvidos com a abordagem GVR. Com este conjunto de estudos pretende-se compreender melhor alguns aspectos do funcionamento e desempenho do algoritmo, nomeadamente a influência da representação, o papel do operador de recombinação e a diversidade na população.

### 7.1 Introdução

Os resultados obtidos pela representação GVR levam a concluir que é uma abordagem promissora. Apesar disso, o estudo efectuado levanta algumas questões importantes. A primeira prende-se sobretudo com a sua eficácia comparativamente a representações do tipo caminho. Sendo a representação GVR uma estrutura simples, esta é uma questão pertinente. Um segundo ponto também importante é a questão dos diversos operadores utilizados. A utilização de um conjunto diversificado de operadores de mutação, assim como, do operador de recombinação são factores importantes. Apenas foi realizada uma análise preliminar aos operadores de recombinação desenvolvidos<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup>Uma análise aos diversos operadores de mutação exigiria uma enorme quantidade de recursos computacionais, infelizmente não disponíveis.

As questões da manutenção da diversidade e da convergência prematura do algoritmo são igualmente consideradas. Os resultados obtidos com a variante VRPTW levam a crer que a abordagem GVR entra em convergência muito cedo, sendo difícil ao algoritmo sair do óptimo local atingido. É com o intuito de tentar compreender algumas destas questões que os estudos seguintes foram concretizados.

## 7.2 A Influência da Representação

No sentido de validar a eficiência da abordagem GVR, efectuou-se um estudo de comparação com abordagens evolucionárias padrão [Tavares et al., 2003b]. Este conjunto de experiências foi executado para ambas as variantes do VRP. Em resumo, a abordagem GVR é comparada com um AG baseado numa representação do tipo Caminho. Este tipo de representação é usualmente utilizado em problemas baseados em ordem. No caso particular do VRP, o cromossoma de um indivíduo pode ser visto como um único percurso, onde o agrupamento dos pedidos é determinado na fase de interpretação. Nesta fase, sempre que a capacidade de um veículo é excedida em determinada posição, é acrescentado um novo percurso à solução. Com este tipo de representação foram utilizados dois conjuntos de operadores. O primeiro conjunto é composto por operadores comuns a este tipo de problemas: PMX e mutação por Troca [Michalewicz, 1992]. O segundo conjunto inclui os operadores utilizados na abordagem GVR, com a única diferença que estes não podem criar novos percursos numa solução. A primeira versão é designada por AG com Representação Caminho (RC) sendo a segunda versão denominada de AG com Representação Caminho modificado (RC modificado).

O conjunto de experiências realizado utiliza o mesmo conjunto de parâmetros utilizados no capítulo anterior. Do mesmo modo, para cada combinação destes



Instâncias	GVR				RC			
	Inv. = 0.1		Inv. = 0.15		Troca = 0.1		Troca = 0.15	
	Custo	Med.	Custo	Med.	Custo	Med.	Custo	Med.
A32k5	784	790.0	784	786.3	857	973.53	879	990.83
A54k7	1167	1186.2	1167	1188.9	1303	1459.93	1330	1476.50
A60k9	1354	1377.9	1358	1372.4	1557	1666.73	1524	1641.57
A69k9	1165	1182.0	1165	1179.9	1455	1578.47	1486	1576.17
A80k10	1777	1813.8	1774	1811.0	2064	2217.13	2043	2214.53
B57k7	1140	1141.2	1140	1140.7	1376	1549.07	1292	1531.13
B63k10	1496	1544.0	1497	1545.7	1709	1896.00	1707	1859.73
B78k10	1223	1254.6	1221	1252.3	1418	1661.33	1473	1655.23
E76k7	687	704.8	683	705.0	861	952.40	834	960.73
E76k8	738	755.3	740	755.4	897	1003.50	922	999.30
E76k10	841	856.6	837	854.0	1005	1091.00	976	1080.10
E76k14	1022	1043.5	1030	1043.0	1138	1217.43	1140	1232.03

Tabela 7.1: Comparação entre GVR e o modelo com RC (CVRP).

parâmetros foram realizadas 30 simulações dos AG com as mesmas condições iniciais. Foi realizada uma análise estatística, utilizando o “t-test” com nível de significância de 0.05.

Na tabela 7.1 apresentamos os resultados obtidos pela abordagem GVR e o algoritmo com representação do tipo Caminho. A tabela contém para as diversas instâncias do CVRP, os valores dos melhores custos, assim como a respectiva média das 30 simulações. Através de uma rápida observação da tabela, podemos verificar que os valores obtidos pela abordagem GVR são melhores que os obtidos pela abordagem RC.

Ao examinarmos a coluna com as médias obtidas por ambas as abordagens, pode-se constatar que as médias alcançadas pela abordagem GVR são consistentemente melhores que as médias da abordagem RC. Estas diferenças são estatisticamente significativas para cada instância do problema, e para cada conjunto de parâmetros

utilizado. De facto, as médias GVR encontram-se próximas dos valores das melhores soluções conhecidas. Estas distâncias situam-se num intervalo entre 0.1% e 3.4%. Se considerarmos a abordagem RC, estas distâncias são superiores, sendo o respectivo intervalo de 19.1% a 40.9%. Outro ponto interessante observável, é o facto de a abordagem GVR ter conseguido encontrar novas melhores soluções (nas instâncias A60k9, A69k9, B57k7, B78k10 e E76k14), enquanto que RC não conseguiu alcançar nenhum limite estabelecido. Esta breve análise mostra que a introdução de uma nova representação, juntamente com os operadores genéticos a ela associados, foi capaz de melhorar o desempenho de um algoritmo evolucionário padrão.

Na tabela 7.2 podemos observar os resultados obtidos para a variante com restrições temporais. Neste conjunto de experiências podemos igualmente constatar que a abordagem GVR foi superior. Não só conseguiu alcançar soluções óptimas (instâncias C101 e C102), como o conjunto de soluções se encontra dentro de uma boa distância das melhores soluções conhecidas<sup>2</sup>. Ao observarmos os valores descobertos pela abordagem RC, é bastante claro que se trata de um algoritmo ineficaz para o VRPTW. Em todas as instâncias os resultados são maus em ambas as vertentes: soluções e médias. As diferenças entre as abordagens são estatisticamente significativas.

O modelo padrão obteve um desempenho no problema bastante fraco, embora já esperado. A questão que se nos coloca neste ponto é: poderão os operadores genéticos utilizados na abordagem GVR ter alguma influência? Em que medida o desempenho da abordagem GVR se deve efectivamente à representação? Uma primeira resposta pode ser elaborada a partir da observação da tabela 7.3. Para o mesmo conjunto de instâncias e parâmetros utilizados anteriormente, é apresentada a comparação entre a abordagem GVR e a abordagem RC modificada, ou seja, a representação

---

<sup>2</sup>Entende-se por “distância” a diferença da qualidade de uma solução particular à melhor solução conhecida.

Instâncias	GVR				RC			
	Rec. 0.25		Rec. 0.5		Rec. 0.25		Rec. 0.5	
	Custo	Med.	Custo	Med.	Custo	Med.	Custo	Med.
C101	827.3	832.63	827.3	845.18	3387.4	3798.90	3490.6	3823.47
C102	827.3	866.24	827.3	869.44	2965.5	3378.50	3055.4	3398.39
C103	826.3	900.49	826.3	909.42	2577.0	3048.66	2812.8	3051.49
C104	854.8	916.82	834.7	941.96	2313.0	2819.15	2378.1	2791.36
R101	1683.4	1722.08	1666.3	1723.70	4521.8	4616.18	4523.6	4618.11
R102	1477.8	1538.89	1486.1	1536.98	4295.7	4470.06	4277.8	4477.48
R103	1244.0	1300.86	1267.7	1321.56	4249.2	4392.88	4252.7	4381.22
R104	1014.3	1071.29	1044.3	1085.37	4194.6	4321.86	4167.5	4303.11
RC101	1671.2	1769.07	1686.5	1770.28	5898.0	6118.46	5882.3	6092.73
RC102	1519.6	1612.80	1536.3	1611.79	5672.7	5914.81	5644.9	5945.70
RC103	1379.4	1423.77	1353.8	1415.48	5560.8	5778.33	5566.4	5831.97
RC104	1205.5	1273.40	1179.9	1278.32	5435.6	5716.03	5416.5	5695.99

Tabela 7.2: Comparação entre GVR e o modelo com RC (VRPTW).

do tipo Caminho com os operadores desenvolvidos para o GVR. Constata-se que existe um melhoramento nos resultados alcançados pelo algoritmo padrão. Existe uma aproximação aos resultados obtidos pelo GVR, sem no entanto conseguir descobrir, e alcançar, novas melhores soluções. Estatisticamente as diferenças entre ambas as abordagens já não são significativas para todas as instâncias do problema. Apenas as instâncias A32k5, B54k7, E76k14, para todos os parâmetros, e E76k7 com Inversão a 0.15, apresentam diferenças significativas.

Este comportamento não se verifica para o VRPTW. Observando a tabela 7.4 pode-se confirmar que para esta variante do problema, a abordagem RC modificada continua a apresentar resultados francamente maus, comparativamente a outras abordagens, em especial a abordagem GVR. O conjunto de operadores foi incapaz de introduzir melhoramentos significativos nos resultados apresentados pelo modelo padrão, pelo menos ao nível dos alcançados pela abordagem GVR. Uma análise

Instâncias	GVR				RC modificado			
	Inv. = 0.1		Inv. = 0.15		Inv. = 0.1		Inv. = 0.15	
	Custo	Med.	Custo	Med.	Custo	Med.	Custo	Med.
A32k5	784	790.0	784	786.3	796	807.2	796	805.2
A54k7	1167	1186.2	1167	1188.9	1167	1184.2	1167	1182.4
A60k9	1354	1377.9	1358	1372.4	1358	1371.0	1358	1374.2
A69k9	1165	1182.0	1165	1179.9	1168	1184.6	1166	1183.0
A80k10	1777	1813.8	1774	1811.0	1776	1807.6	1780	1813.4
B57k7	1140	1141.2	1140	1140.7	1145	1148.7	1145	1147.9
B63k10	1496	1544.0	1497	1545.7	1510	1542.9	1520	1545.9
B78k10	1223	1254.6	1221	1252.3	1223	1247.8	1228	1256.7
E76k7	687	704.8	683	705.0	682	704.0	691	711.3
E76k8	738	755.3	740	755.4	740	755.0	739	756.5
E76k10	841	856.6	837	854.0	837	855.5	840	855.0
E76k14	1022	1043.5	1030	1043.0	1032	1046.3	1032	1045.8

Tabela 7.3: Comparação entre GVR e o modelo com RC modificado (CVRP).

mais cuidada permite revelar algumas diferenças entre o modelo RC e o modelo RC modificado. As médias das melhores soluções obtidas pela abordagem RC modificada são ligeiramente melhores do que as alcançadas pela abordagem RC. Com a exceção das instâncias R101, RC102, RC103, para ambos os parâmetros, e R104, com Recombinação a 0.5, as restantes instâncias apresentam diferenças estatisticamente significativas. Os operadores da abordagem GVR conseguiram, de um modo ligeiro, introduzir melhoramentos nos resultados.

Os resultados obtidos em ambas as variantes do VRP mostram que a representação por caminhos é ineficaz para este problema, ao contrário da representação GVR. No CVRP, a utilização dos operadores GVR permite que a abordagem RC atinja resultados próximos dos apresentados pela abordagem GVR. Esta situação pode ser explicada pelo facto de ser mais fácil descobrir boas soluções para o CVRP do que para o VRPTW (devido às restrições temporais que aumentam consideravelmente a

Instâncias	GVR				RC modificado			
	Rec. 0.25		Rec. 0.5		Rec. 0.25		Rec. 0.5	
	Custo	Med.	Custo	Med.	Custo	Med.	Custo	Med.
C101	827.3	832.63	827.3	845.18	2912.2	3175.24	2933.4	3151.06
C102	827.3	866.24	827.3	869.44	2435.3	2725.22	2306.3	2669.69
C103	826.3	900.49	826.3	909.42	2076.4	2400.49	2057.5	2342.31
C104	854.8	916.82	834.7	941.96	1674.9	2177.07	1887.1	2192.23
R101	1683.4	1722.08	1666.3	1723.70	4516.8	4609.60	4545.8	4612.53
R102	1477.8	1538.89	1486.1	1536.98	4303.7	4405.79	4295.6	4420.06
R103	1244.0	1300.86	1267.7	1321.56	4210.9	4316.03	4184.3	4335.40
R104	1014.3	1071.29	1044.3	1085.37	4179.8	4280.16	4181.4	4270.62
RC101	1671.2	1769.07	1686.5	1770.28	5899.4	6002.20	5899.4	6013.89
RC102	1519.6	1612.80	1536.3	1611.79	5736.7	5824.64	5736.9	5873.12
RC103	1379.4	1423.77	1353.8	1415.48	5601.6	5729.54	5605.1	5760.62
RC104	1205.5	1273.40	1179.9	1278.32	5528.1	5676.52	5522.8	5702.27

Tabela 7.4: Comparação entre GVR e o modelo com RC modificado (VRPTW).

complexidade desta variante). Deste modo a vantagem da representação GVR não é tão evidente, embora esta tenha sido a única a descobrir novas soluções. A estruturas das instâncias pode igualmente contribuir para o facto da abordagem RC modificada atingir os resultados apresentados. Em todas as instâncias utilizadas, as melhores soluções requerem que a capacidade de cada veículo esteja perto da capacidade máxima. Isto significa que em situações onde seja necessário ter uma taxa de ocupação menor, a representação do tipo Caminho não é a mais adequada, ao contrário da representação GVR, podendo esta introduzir melhorias significativas. Adicionalmente, podemos ser levados a concluir que o uso de um conjunto variado de operadores pode eventualmente contribuir para a manutenção da diversidade na população, durante o processo de procura. Esta modificação permitiu à abordagem RC melhorar significativamente os seus resultados. Relativamente ao VRPTW, apenas a abordagem GVR conseguiu obter bons resultados, o que demonstra claramente que a

adopção de uma boa representação é essencial, e a escolha de uma representação que seja sensível à estrutura das soluções, é uma vantagem para o algoritmo.

### 7.3 Análise do Operador de Recombinação

Como já foi referido, um estudo exaustivo do papel dos operadores na abordagem não foi efectuado, nomeadamente dos operadores de mutação, sendo um dos objectivos de trabalho futuro, realizar um estudo semelhante ao efectuado em [Spears, 2000]. No entanto, através dos diversos testes efectuados, foi possível adquirir uma percepção, embora muito empírica, sobre a sua influência no algoritmo.

Nesta primeira etapa, pretende-se verificar a influência do operador de recombinação. Para o CVRP, constatou-se que o operador de recombinação é importante no processo de descoberta de novas soluções [Pereira et al., 2002]. Para demonstrar este comportamento, repetiram-se os testes sem o operador de recombinação. As novas taxas para o operador de deslocamento são:  $\{0.2, 0.5, 0.75\}$ . Para os operadores de troca e inserção: 0.05; para a inversão: 0.15; os restantes parâmetros mantiveram-se inalterados. Este é um tipo de análise simplificado com semelhanças ao realizado em [Simões, 1999]. Pela tabela 7.5 pode-se concluir que a troca de material genético entre indivíduos é essencial para o sucesso da abordagem. As soluções encontradas pelas experiências que utilizaram o operador de recombinação são consistentemente melhores que soluções resultantes das experiências somente com mutação. Na maioria das instâncias, as médias da recombinação apresentadas são inferiores às médias das experiências só com mutação. Resta referir que as probabilidades do operador de deslocamento foram aumentadas para introduzir uma maior variabilidade nas populações.

De seguida, apresenta-se o estudo comparativo dos dois tipos de recombinação. Se

Instâncias	Desl. 0.2		Desl. 0.5		Desl. 0.75		com Recomb.	
	Melhor	Med.	Melhor	Med.	Melhor	Med.	Melhor	Med.
A32k5	784	816.3	784	809.1	784	813.5	784	786.3
A54k7	1176	1219.3	1167	1199.4	1172	1209.4	1167	1188.9
A60k9	1363	1422.5	1358	1414.2	1377	1415.7	1358	1372.4
A69k9	1175	1213.7	1165	1199.6	1172	1209.7	1165	1179.9
A80k10	1801	1783.5	1813	1868.5	1851	1897.0	1174	1811.0
B57k7	1140	1142.7	1140	1141.2	1140	1142.2	1140	1140.7
B63k10	1507	1569.9	1504	1558.4	1548	1571.1	1497	1545.7
B78k10	1253	1289.6	1266	1289.4	1243	1281.4	1221	1252.3
E76k7	692	718.4	692	713.3	692	722.5	683	705.0
E76k8	747	778.3	748	768.7	738	767.4	740	755.4
E76k10	861	881.1	846	866.1	846	869.0	837	854.0
E76k14	1040	1062.9	1044	1064.3	1040	1064.4	1030	1043.0

Tabela 7.5: Influência do Operador de Recombinação no processo de procura.

para a variante CVRP a influência do tipo de operador de recombinação é perceptível, para o VRPTW a questão já não é tão simples (consultar [Tavares et al., 2002, Tavares et al., 2003a] . De uma forma geral, ambos os operadores não produzem efeitos significativos nos resultados. A questão das janelas temporais influencia e muito a estrutura das soluções para o problema. Testes preliminares indiciam que, numa fase inicial do processo de procura o operador de recombinação, independentemente da versão, contribui para uma rápida exploração do espaço de procura. No entanto, durante o resto do processo a sua utilidade torna-se questionável. Ou seja, as alterações necessárias para que uma solução melhore a sua qualidade têm que passar por alterações pequenas, de modo a que a solução não se torne inválida.

Nesta fase do estudo, o que se pretende é determinar qual a respectiva variante que influencia positivamente o algoritmo. Por outras palavras, que operador de recombinação é mais eficaz [Tavares et al., 2003a].

Instâncias	Recombinação				Rec. modificada			
	0.6		0.75		0.6		0.75	
	Custo	Med.	Custo	Med.	Custo	Med.	Custo	Med.
A54k7	1178.0	1258.53	1197.0	1267.83	1167.0	1191.27	1167.0	1191.33
A80k10	1868.0	1964.63	1892.0	1971.03	1785.0	1831.10	1789.0	1812.63
B78k10	1283.0	1319.47	1274.0	1318.03	1221.0	1266.60	1224.0	1247.67
R101	1675.8	1726.01	1681.6	1722.08	1684.0	1724.40	1775.0	1878.22
R102	1512.6	1561.57	1504.4	1547.00	1502.5	1549.07	1580.3	1649.24
R103	1252.3	1314.84	1259.0	1323.43	1246.6	1295.45	1297.2	1341.84
R104	1008.5	1088.30	1041.9	1089.70	1013.2	1070.39	1022.8	1074.25

Tabela 7.6: Resultados da comparação entre os operadores de Recombinação.

Na tabela 7.6 são apresentados os resultados das melhores soluções e as respectivas médias para 30 simulações, alcançadas pelos dois tipos de operadores, para as instâncias testadas. Uma observação da tabela permite concluir que ambos os operadores conseguiram bons resultados. No entanto, o operador de recombinação modificado obteve um desempenho superior, não só atingiu em média melhores soluções, mas igualmente, foi capaz de alcançar algumas das melhores soluções previamente estabelecidas (instâncias A54k7 e B78k10).

Ao examinarmos a coluna com as médias, os valores obtidos pelo operador de recombinação modificado são consistentemente melhores que as médias obtidas pelo operador mais genérico. As distâncias entre as médias e os valores das melhores soluções, situam-se num intervalo de 2% a 14%, com uma média de 6%, sendo que para o operador de recombinação genérico, os limites do intervalo são 5% e de 12%, com uma média de 9%. Estas diferenças são estatisticamente significativas para todas as instâncias, com exceção em apenas três: R101 e R102 para uma probabilidade de 0.6 e R104, para uma probabilidade de 0.75.

Pela observação da tabela 7.7, pode ser confirmado que também existem diferenças



Instâncias	0.6	0.75	G	M
	G/M	G/M	0.6/0.75	0.6/0.75
A54k7	1	1	0	0
A80k10	1	1	0	1
B78k10	1	1	1	1
R101	0	1	0	1
R102	0	1	1	1
R103	1	1	0	1
R104	1	0	0	0

Tabela 7.7: Sumário da análise estatística (G = Recombinação, M = Recombinação Modificada,  $\alpha = 0.05$ , 1 significa que existe uma diferença significativa).

significativas entre a aplicação de diferentes taxas de recombinação (neste caso particular, 0.6 e 0.75). No entanto, estas diferenças são mais explícitas para o operador de recombinação modificado: apenas as instâncias A54k7 e R104 não apresentam diferenças significativas. Para o operador de recombinação genérico, apenas as instâncias B78k10 e R102 apresentam diferenças significativas. De certo modo, esta breve análise confirma o exposto na tabela 7.6, onde uma taxa de recombinação mais baixa obteve um desempenho superior (as melhores soluções obtidas foram-no com uma taxa de 0.6, independentemente do operador utilizado). Em resumo, a utilização de operadores de recombinação diferentes, mesmo que semelhantes em conceito introduzem diferenças nos resultados.

Perante o comportamento demonstrado pelas duas variantes do operador de recombinação, conclui-se que um novo tipo de operador genético poderia ser necessário, de modo a ultrapassar as dificuldades sentidas na variante VRPTW. Como já foi mencionado, este poderá ter em conta o papel das restrições temporais. Estas condicionam muito a reordenação de clientes num dado cromossoma, visto que as janelas temporais definidas pelos clientes podem facilmente pôr em causa a reordenação em

termos de distância. Tendo por base este facto, as alterações introduzidas no operador de recombinação foram essencialmente as seguintes:

- Recombinação modificada com múltiplos pontos de inserção. Para um número pré-definido de pontos, insere-se o sub-percurso no ponto geográfico mais próximo com janela temporal mais favorável.
- Recombinação modificada, sendo a inserção realizada de acordo com a janela temporal mais próxima.
- Recombinação com inserção aleatória.

Perante os testes realizados, embora preliminares, conclui-se que as alterações ao operador não provocaram melhoria nos resultados. Nas tabela 7.8 podemos observar que escolher o ponto geograficamente mais próximo com melhor janela temporal não altera o comportamento da abordagem. Assim, como se pode observar na tabela 7.9, a simples inserção aleatória do sub-percurso do progenitor num ponto escolhido aleatoriamente não piora muito os resultados.

Estes pequenos testes levam a concluir que a relação localização/tempo terá de ser realizada de um outro modo. Pela observação das várias instâncias do VRPTW, podemos ser levados a concluir que a razão principal este tipo de manipulação não ter produzido os efeitos desejados, prende-se com o facto de as restrições temporais tornarem o espaço de procura ainda mais restritivo, impossibilitando o AG ter sucesso na procura de soluções óptimas.

## 7.4 A Diversidade na População

Um factor importante no processo evolutivo é a diversidade da população. Uma análise empírica aos resultados obtidos pela abordagem GVR, leva-nos a acreditar

Instâncias	3 Pontos			5 Pontos			10 Pontos		
	NV	Custo	Med.	NV	Custo	Med.	NV	Custo	Med.
R102	19	1508.6	1550.81	19	1522.6	1559.93	19	1499.0	1553.39
R103	15	1257.2	1306.99	15	1265.7	1307.17	16	1258.1	1314.46
R104	12	1037.3	1074.59	12	1033.0	1081.84	12	1039.7	1079.78

Tabela 7.8: Resultados da recombinação com múltiplos pontos.

Instâncias	R. Al. 0.25			R. Al. 0.5		
	NV	Custo	Med.	NV	Custo	Med.
R101	21	1681.9	1729.4	20	1667.9	1734.37
R102	19	1498.5	1547.78	19	1499.6	1555.72

Tabela 7.9: Recombinação com inserção aleatória.

que esta entra em convergência prematura no VRPTW. No início da simulação, a abordagem GVR consegue identificar soluções que são máximos locais. Em seguida, existe uma forte pressão evolutiva para estes pontos do espaço, sendo praticamente impossível escapar desta convergência prematura. Esta perda de diversidade genética pode explicar parcialmente os resultados obtidos na variante VRPTW [Tavares et al., 2002]. De forma a recolher dados que suportem as conclusões empíricas, desenvolveram-se medidas para averiguar e compreender melhor a diversidade numa população GVR [Tavares et al., 2003a].

A representação GVR não é binária, logo, o conjunto clássico de medidas para a medição de diversidade existentes não podem ser utilizadas [Louis e Rawlins, 1993]. Aliás, em indivíduos GVR, é difícil determinar quais os factores relevantes para determinar a semelhança entre dois indivíduos. Será o número de agrupamentos, a sequência de entrega dos pedidos, ou simplesmente o valor de aptidão? Em [Burke et al., 2002a] e [Burke et al., 2002b] podemos encontrar dois bons resumos sobre o tópico da medição

## Capítulo 7. Estudos Complementares

da diversidade genética. Visto que parte das medidas analisadas se relacionam com os aspectos estruturais da solução – o fenótipo – enquanto que outras estão mais relacionadas com o genótipo, foram desenvolvidos dois conjuntos de medidas:

- **Semelhança de Percursos (SP):** percentagem pesada dos indivíduos que possuem o mesmo número de percursos. Permite verificar a semelhança estrutural entre soluções.
- **Semelhança de Aptidão (SA):** percentagem de indivíduos cujo valor de aptidão se encontram no intervalo de 1% do melhor indivíduo.
- **Ligações Perdidas (LP):** uma ligação estabelece-se entre pares consecutivos de genes pertencentes a um dos percursos. Uma “ligação perdida” é uma ligação formada numa determinada geração que deixa de existir na geração seguinte. Esta medida indica a percentagem de ligações perdidas.

Com este conjunto de medidas realizou-se um conjunto preliminar de experiências. Nas tabelas 7.10 e 7.11 são apresentados os resultados obtidos com as três medidas de diversidade. Como se pode observar pelas colunas “SP” na tabela 7.10, a semelhança estrutural dos indivíduos é bastante elevada. Para ambas as variantes do VRP, aproximadamente metade da população possui o mesmo número de percursos. Na realidade, para o CVRP estes valores são sempre acima de 60%, enquanto que para o VRPTW, o intervalo varia entre 44% e 50%. A semelhança dos valores de aptidão apresentam um desempenho similar: para todas as instâncias, independentemente da taxa de probabilidade, a semelhança na aptidão varia entre 53% e 62%. Estes valores sugerem uma acentuada perda da diversidade na população, o que significa que o operador genérico tem dificuldade de explorar o espaço de procura, de forma a produzir novo material genético de boa qualidade. A percentagem de ligações perdidas é relativamente alta, cerca de 80%. A razão desta perda pode ser derivada do facto de

Instâncias	Rec. 0.6			Rec. 0.75		
	SP	SA	LP	SP	SA	LP
a54k7	62.90	56.73	82.40	62.45	57.46	82.27
a80k10	61.30	59.11	84.88	61.97	60.33	84.99
b78k10	61.82	56.70	83.86	62.28	57.82	85.13
R101	44.25	62.60	67.31	44.57	62.64	69.42
R102	45.84	60.86	77.71	43.88	60.43	73.96
R103	47.05	58.81	80.09	47.40	59.41	79.70
R104	47.08	53.83	80.77	49.18	55.70	82.50

Tabela 7.10: Diversidade para o operador de Recombinação Genérico.

Instâncias	Rec. 0.6			Rec. 0.75		
	SP	SA	LP	SP	SA	LP
a54k7	46.26	26.30	74.47	46.81	22.83	73.15
a80k10	46.08	29.62	75.47	46.83	29.23	76.09
b78k10	47.14	29.55	77.62	46.65	27.42	75.10
R101	8.75	33.64	69.42	7.32	36.48	70.27
R102	8.73	29.18	73.57	7.12	30.43	69.14
R103	9.73	26.50	73.37	7.04	23.71	68.65
R104	11.82	24.77	73.76	8.90	21.88	73.12

Tabela 7.11: Diversidade para o operador de Recombinação Modificado.

o operador genérico partir ligações boas, sendo assim difícil a transmissão de ligações com qualidade por parte de indivíduos com valor de aptidão mais baixo.

No caso do operador de recombinação modificado, a situação não é completamente diferente relativamente ao problema da convergência prematura no algoritmo, no entanto, a magnitude dos valores é ligeiramente diferente. Pela tabela 7.11 é possível observar que a perda de ligações segue o padrão anteriormente descrito. A percentagem é um pouco mais baixa, na ordem dos 70% em média, sendo no entanto, um valor ainda elevado. Analisando a semelhança estrutural, esta é menor para as instâncias

## *Capítulo 7. Estudos Complementares*

VRPTW. Para esta variante do problema, o número de indivíduos com igual número de percursos é aproximadamente de 10%, em claro contraste com o CVRP (cerca de 45%). A semelhança de aptidão é em média 30% para todas as instâncias. Estes valores permitem validar os argumentos previamente apresentados, a favor do operador de recombinação modificado comparativamente ao operador genérico, em termos de desempenho. De qualquer forma, mesmo com uma semelhança estrutural baixa, o operador de recombinação modificado não é capaz de descobrir soluções com uma qualidade superior significativa, em relação às soluções descobertas pelo operador genérico. Também não é capaz de reduzir o efeito destrutivo nos indivíduos.

Os resultados obtidos com ambos os operadores mostram que a abordagem GVR é eficaz para este problema, no entanto, a compreensão dos seus operadores é um passo ainda a realizar, sendo porventura necessário, desenvolver um operador de recombinação diferente para que se consiga atingir as melhores soluções conhecidas para a variante com restrições temporais.

# Capítulo 8

## Conclusão

São apresentadas as conclusões do presente trabalho. Os objectivos cumpridos e as contribuições desta dissertação são igualmente mencionadas. Finalmente, apontam-se direcções para a continuação do estudo.

### 8.1 Comentários

O objectivo central desta dissertação era testar a aplicabilidade dos AG ao Problema do Encaminhamento de Veículos, com especial destaque para os aspectos directamente relacionados com o algoritmo.

Tendo por base este objectivo, foi apresentada a proposta da nossa abordagem evolucionária ao Problema do Encaminhamento de Veículos. O primeiro ponto é a proposta de uma nova representação genética para o problema, a *Genetic Vehicle Representation*, capaz de conter a informação necessária para representar todos os dados de uma solução para uma instância do VRP. Esta representação mapeia a estrutura natural do problema, sendo este o facto que efectivamente diferencia a representação GVR das restantes. No seguimento deste desenvolvimento, elaboraram-se operadores genéticos de recombinação e mutação. Estes operadores, ao manipularem indivíduos

## Capítulo 8. Conclusão

GVR, fazem-no de forma a respeitar a estrutura natural do problema. Ao contrário dos operadores genéticos tradicionais, cegos em relação à informação contida no cromossoma sobre o problema, os novos operadores são sensíveis à informação contida nos cromossomas. Deste modo foi possível desenvolver uma abordagem evolucionária, com base em aspectos directamente relacionados com o AG, ou seja, representação e operadores genéticos, em claro contraste com as abordagens evolucionárias presentes na literatura, desenvolvidas com base no princípio da hibridização.

Os resultados experimentais obtidos com a nova abordagem para as variantes CVRP e VRPTW levam a concluir que a abordagem GVR é eficaz e robusta, com especial destaque para a variante CVRP. Nesta variante, para as instâncias testadas, foram alcançados os melhores resultados existentes, tendo inclusive obtido algumas novas soluções, melhorando os resultados até então conhecidos. Para a variante VRPTW, os resultados demonstram igualmente a aplicabilidade da abordagem. Embora não se tenha conseguido alcançar todas as melhores soluções conhecidas, os resultados alcançados são os melhores para uma abordagem evolucionária não híbrida. Os estudos complementares permitiram aferir que a representação GVR é mais eficaz do que uma representação por caminhos. Igualmente estudado foi o desempenho dos operadores de recombinação desenvolvidos. Os resultados experimentais podem levar-nos a concluir que, um diferente operador de recombinação seja necessário, de modo a que as dificuldades sentidas na variante com restrições temporais sejam ultrapassadas. A relação entre o desempenho da recombinação e a diversidade também foi analisada de um modo preliminar. Os resultados experimentais não permitiram um esclarecimento da questão, sendo apenas claro que a abordagem sofre de convergência prematura, em especial na variante VRPTW.

Analisando o trabalho realizado, podemos considerar que no âmbito do Problema do Encaminhamento de Veículos, a demonstração da aplicação de AG ao problema foi



concretizada, com resultados de qualidade satisfatória e competitivos com as técnicas presentes na literatura. Resta acrescentar que, o presente trabalho realizado, especialmente no âmbito da representação e operadores genéticos, pode fornecer uma estrutura de trabalho para atacar problemas com características semelhantes ao VRP, como por exemplo, o BPP [Tavares, 2002].

## 8.2 Trabalho Futuro

As direcções para o trabalho futuro devem ser compreendidas sobre dois prismas, ambos fundamentais para o desenvolvimento da abordagem evolucionária presente nesta dissertação. O melhoramento e aprofundamento da pesquisa efectuada e a introdução de novos elementos no algoritmo elaborado. Os principais pontos a merecer continuação são, no nosso entender, os seguintes:

- Estudo do papel dos diversos operadores genéticos, em especial do operador de recombinação, para determinar com rigor, a sua influência no desempenho do algoritmo.
- Estabelecer medidas que permitam aferir com rigor a evolução da manutenção e promoção da diversidade nas populações de indivíduos. É essencial compreender a relação do algoritmo com a diversidade, por forma a ser possível desenvolver novos mecanismos que permitam evitar a convergência prematura.
- Desenvolver variantes híbridas da abordagem desenvolvida com o objectivo de aferir se a introdução de heurísticas permite alcançar resultados de qualidade superior aos actualmente obtidos.
- Aplicação da abordagem para a variante do problema em ambientes dinâmicos.

## Capítulo 8. Conclusão

- Expansão da abordagem para outros problemas, nomeadamente problemas NP-difíceis com características semelhantes ao VRP.
- Fundamentar e modificar a abordagem GVR por forma a cumprir com a definição de AG competente [Goldberg, 2002].

Adicionalmente, consideramos ser importante verificar, o comportamento da abordagem desenvolvida em situações do mundo real, isto é, num problema de distribuição logística, de modo a aferir o desempenho da abordagem GVR.

### 8.3 Nota Final

Como comentário final, convém referir que o estudo resultante proporcionou desenvolvimentos para a resolução particular de um problema, neste caso o VRP. No entanto, o estudo apresentado é igualmente importante para realçar a importância do desenvolvimento de representações, pensadas para um problema procurando reflectir a sua estrutura natural, mas também na procura de princípios que possam generalizar a sua utilização. O desenvolvimento e estudo de representações com os respectivos operadores genéticos, é uma actividade fundamental para os AG conseguirem obter resultados competitivos com as técnicas normalmente utilizadas.

# Acrónimos

**AE:** Algoritmo Evolucionário

**AG:** Algoritmos Genéticos

**BPP:** *Bin Packing Problem*

**CE:** Computação Evolucionária

**CVRP:** *Capacitated Vehicle Routing Problem*

**EE:** Estratégias Evolucionárias

**GVR:** *Genetic Vehicle Representation*

**KNN:** Vizinho Mais Próximo

**MEF:** Máquina de Estados Finitos

**OCF:** Optimização por Colónia de Formigas

**PE:** Programação Evolucionária

**PG:** Programação Genética

**PFIH:** Heurística de Inserção Empurra para a Frente

**PMX:** Recombinação de Mapeamento Parcial

**PT:** Procura Tabu

**RL:** Ramifica e Liga

**RS:** Recristalização Simulada

**TSP:** *Travelling Salesperson Problem*

**VRP:** *Vehicle Routing Problem*

**VRPTW:** *Vehicle Routing Problem with Time Windows*



# Bibliografia

- [Aronson, 1996] Aronson, L. D. (1996). Algorithms for vehicle routing - A survey. Technical Report DUT-TWI-96-21, Faculty of Technical Mathematics and Informatics, Delft, The Netherlands.
- [Back et al., 2000a] Back, T., Fogel, D. B., and Michalewicz, Z. (2000a). *Evolutionary Computation 1: Basic Algorithms and Operators*. Institute of Physics Publishing, Bristol.
- [Back et al., 2000b] Back, T., Fogel, D. B., and Michalewicz, Z. (2000b). *Evolutionary Computation 2: Advanced Algorithms and Operators*. Institute of Physics Publishing, Bristol.
- [Banzhaf et al., 1998] Banzhaf, W., Nordin, P., Keller, R. E., and Francone, F. D. (1998). *Genetic Programming – An Introduction; On the Automatic Evolution of Computer Programs and Its Application*. dpunkt Verlag, Heidelberg.
- [Bent e Hentenryck, 2001] Bent, R. and Hentenryck, P. V. (2001). A Two-Stage Hybrid Local Search for the Vehicle Routing Problem with Time Windows. Technical Report CS-01-06, Department of Computer Science, Brown University.
- [Bräysy, 2001] Bräysy, O. (2001). Genetic Algorithm for the Vehicle Routing Problem with Time Windows. *Arpakannus, Special Issue on Bioinformatics and Genetic Algorithms*, pag. 33–38.
- [Bullnheimer et al., 1997] Bullnheimer, B., Hartl, R., and Strauss, C. (1997). Applying the Ant System to the Vehicle Routing Problem. In *Proceedings of the 2nd Metaheuristic International Conference*, Sophia-Antipolis, France.
- [Burke et al., 2002a] Burke, E., Gustafson, S., and Kendall, G. (2002a). A Survey And Analysis Of Diversity Measures In Genetic Programming. In *GECCO 2002:*

## BIBLIOGRAFIA

- Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference*, pag. 716–723, New York. Morgan Kaufmann Publishers.
- [Burke et al., 2002b] Burke, E., Gustafson, S., Kendall, G., and Krasnogor, N. (2002b). Advanced Population Diversity Measures in Genetic Programming. In *Parallel Problem Solving from Nature - PPSN VII*, number 2439 in Lecture Notes in Computer Science, LNCS, pag. 341 ff., Granada, Spain. Springer-Verlag.
- [Cordeau et al., 2000] Cordeau, J.-F., Desaulniers, G., Desrosiers, J., Solomon, M. M., and Soumis, F. (2000). The VRP with Time Windows. In Toth, P. and Vigo, D., editors, *The Vehicle Routing Problem*, chapter 7. Monographs on Discrete Mathematics and Applications, SIAM, Philadelphia.
- [Darwin, 1859] Darwin, C. (1859). *The Origin of Species*. Wordsworth Editions, Kent, Great Britain.
- [Dennet, 1994] Dennet, D. (1994). *Darwin's Dangerous Idea: Evolution and the Meanings of Life*. Penguin Books.
- [Dorigo et al., 1996] Dorigo, M., Maniezzo, V., and Colorni, A. (1996). Ant System: Optimization by a Colony of Cooperating Agents. *IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics—Part B*, 26(1):29–41.
- [Duncan, 1995] Duncan, T. (1995). Experiments in the use of Neighbourhood Search techniques for Vehicle Routing. Technical Report AIAI-TR-176, Artificial Intelligence Applications Institute, University of Edinburgh, Edinburgh.
- [Fogel, 1997] Fogel, D. B. (1997). The Advantages of Evolutionary Computation. In Lundh, D., Olsson, B., and Narayanan, A., editors, *Bio-Computing and Emergent Computation 1997*, pag. 1–11. World Scientific Press, Singapore.
- [Fogel et al., 1966] Fogel, L. J., Owens, A. J., and Walsh, M. J. (1966). *Artificial Intelligence Through simulated Evolution*. John Wiley and Sons, New York.
- [Gambardella et al., 1999] Gambardella, L. M., Taillard, É., and Agazzi, G. (1999). MACS-VRPTW: A Multiple Ant Colony System for Vehicle Routing Problems with Time Windows. In Corne, D., Dorigo, M., and Glover, F., editors, *New Ideas in Optimization*, pag. 63–76. McGraw-Hill, London.

## BIBLIOGRAFIA

- [Garey e Johnson, 1979] Garey, M. R. and Johnson, D. S. (1979). *Computers and Intractability, A Guide to the Theory of NP-Completeness*. W. H. Freeman and Company, New York.
- [Goldberg, 1989] Goldberg, D. E. (1989). *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*. Addison-Wesley, Boston.
- [Goldberg, 2002] Goldberg, D. E. (2002). *The Design of Innovation: Lessons from and for Competent Genetic Algorithms*. Kluwer Academic Publishers, Boston.
- [Hartl e Jones, 1998] Hartl, D. L. and Jones, E. W. (1998). *Genetics, Principles and Analysis*. Jones and Bartlett Publishers, Sudbury, Massachusetts, 4th edition.
- [Holland, 1975] Holland, J. H. (1975). *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. University of Michigan Press, Ann Arbor, MI.
- [Jung e Moon, 2002] Jung, S. and Moon, B.-R. (2002). A Hybrid Genetic Algorithm For The Vehicle Routing Problem With Time Windows. In *GECCO 2002: Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference*, pag. 1309–1316, New York. Morgan Kaufmann Publishers.
- [Keane, 1998] Keane, A. J. (1998). An Introduction to Evolutionary Computing in Design Search and Optimisation. In Kallel, L., Naudts, B., and Rogers, A., editors, *Theoretical Aspects of Evolutionary Computing*, pag. 1–11. Springer, Berlin.
- [Khan e Siddiqui, 1998] Khan, M. S. and Siddiqui, A. S. (1998). The Radius Method: A modified heuristic for the vehicle routing problem. Term Project IEOR 266, Department of Industrial Engineering and Operations Research, University of California.
- [Kohl et al., 1999] Kohl, N., Desrosiers, J., Madsen, O. B. G., Solomon, M. M., and Soumis, F. (1999). 2-Path Cuts for the Vehicle Routing Problem with Time Windows. *Transportation Science*, 33(1):101–116.
- [Koza, 1992] Koza, J. R. (1992). *Genetic Programming: On the Programming of Computers by Natural Selection*. MIT Press, Cambridge, MA.
- [Louis e Rawlins, 1993] Louis, S. J. and Rawlins, G. J. E. (1993). Syntactic analysis of convergence in genetic algorithms. In Whitley, L. D., editor, *Foundations of genetic algorithms 2*, pag. 141–151, San Mateo, CA. Morgan Kaufmann.

## BIBLIOGRAFIA

- [Louis et al., 1999] Louis, S. J., Yin, X., and Yuan, Z. Y. (1999). Multiple Vehicle Routing with Time Windows Using Genetic Algorithms. In Angeline, P. J., Michalewicz, Z., Schoenauer, M., Yao, X., and Zalzal, A., editors, *Proceedings of the Congress on Evolutionary Computation*, volume 3, pag. 1804–1808, Mayflower Hotel, Washington D.C., USA. IEEE Press.
- [Machado, 2002] Machado, P. (2002). Uma Abordagem Evolucionária ao Problema do Castor Atarefado. Master’s thesis, Universidade de Coimbra, Coimbra, Portugal.
- [Machado et al., 1999] Machado, P., Pereira, F. B., Cardoso, A., and Costa, E. (1999). Busy Beaver – the Influence of Representation. In Poli, R., Nordin, P., Langdon, W. B., and Fogarty, T. C., editors, *Genetic Programming, Proceedings of EuroGP’99*, volume 1598 of *LNCS*, pag. 29–38, Goteborg, Sweden. Springer-Verlag.
- [Machado et al., 2002] Machado, P., Tavares, J., Pereira, F. B., and Costa, E. (2002). Vehicle Routing Problem: Doing It The Evolutionary Way. In *GECCO 2002: Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference*, pag. 690, New York. Morgan Kaufmann Publishers.
- [McConnell, 2001] McConnell, J. J. (2001). *Analysis of Algorithms, An Active Learning Approach*. Jones and Bartlett Computer Science. Jones and Bartlett, Sudbury, Massachusetts, 1st edition.
- [Michalewicz, 1992] Michalewicz, Z. (1992). *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs*. Springer, Berlin, third edition.
- [Michalewicz e Fogel, 2000] Michalewicz, Z. and Fogel, D. B. (2000). *How to Solve It: Modern Heuristics*. Springer, Berlin, first edition.
- [Mitchell, 1996] Mitchell, M. (1996). *An Introduction to Genetic Algorithms*. MIT Press, Cambridge, Massachusetts.
- [Mitchell, 1997] Mitchell, T. M. (1997). *Machine Learning*. McGraw-Hill.
- [Pereira et al., 2002] Pereira, F. B., Tavares, J., Machado, P., and Costa, E. (2002). GVR: a New Representation for the Vehicle Routing Problem. In *Artificial Intelligence and Cognitive Science: 13th Irish Conference Proceedings*, pag. 95–102, Limerick, Ireland. Springer-Verlag.



- [Pesant et al., 1997] Pesant, G., Gendreau, M., and Rousseau, J.-M. (1997). GENIUS-CP: a Generic Single-Vehicle Routing Algorithm. In *Principles and Practice of Constraint Programming*, pag. 420–434.
- [Potvin et al., 1996] Potvin, J.-Y., Dube, D., and Robillard, C. (1996). A hybrid approach to vehicle routing using neural networks and genetic algorithms. *Applied Intelligence*, 6(3):241–252.
- [Prosser e Shaw, 1997] Prosser, P. and Shaw, P. (1997). Study of greedy search with multiple improvement heuristics for vehicle routing problems. Technical Report RR/96/201, Department of Computer Science, University of Strathclyde, Glasgow.
- [Ralphs et al., 2001] Ralphs, T., Kopman, L., Pulleyblank, W., and Trotter, L. (2001). On the Capacitated Vehicle Routing Problem. *Mathematical Programming*.
- [Rechenberg, 1973] Rechenberg, I. (1973). *Evolution strategy: Optimization of technical systems by means of biological evolution*. Fromman-Holzboog, Stuttgart.
- [Rego, 1998] Rego, C. (1998). A subpath ejection method for the vehicle routing problem. *Management Science*, pag. 1447–1459.
- [Reinelt, 1995] Reinelt, G. (1995). TSPLIB95.
- [Rochat e Taillard, 1995] Rochat, Y. and Taillard, E. (1995). Probabilistic diversification and intensification in local search for vehicle routing. *Journal of Heuristics*, 1:147–167.
- [Schwefel, 1981] Schwefel, H.-P. (1981). Optimum seeking methods – user’s guides. Technical Report of the Programme Group of Systems Analysis and Technological Development KFA-STE-IB-7/81, Nuclear Research Centre (KFA) Jülich.
- [Shaw, 1998a] Shaw, P. (1998a). A new local search algorithm providing high quality solutions to vehicle routing problems. Technical report, APES group.
- [Shaw, 1998b] Shaw, P. (1998b). Using Constraint Programming and Local Search Methods to Solve Vehicle Routing Problems. *Lecture Notes in Computer Science*, 1520:417–431.

## BIBLIOGRAFIA

- [Simões, 1999] Simões, A. B. (1999). Transposição: Estudo de um Novo Operador Genético Inspirado Biologicamente. Master's thesis, Universidade de Coimbra, Coimbra, Portugal.
- [Spears, 2000] Spears, W. M. (2000). *Evolutionary Algorithms: The Role of Mutation and Recombination*. Springer-Verlag.
- [Spears et al., 1993] Spears, W. M., Jong, K. A. D., Bäck, T., Fogel, D. B., and de Garis, H. (1993). An Overview of Evolutionary Computation. In Brazdil, P. B., editor, *Proceedings of the European Conference on Machine Learning (ECML-93)*, volume 667, pag. 442–459, Vienna, Austria. Springer Verlag.
- [Tan et al., 2000] Tan, K., Lee, L., and Zhu, K. (2000). Heuristic Methods for Vehicle Routing Problem with Time Windows.
- [Tan et al., 2001] Tan, K. C., Lee, L., and Ou, K. (2001). Hybrid Genetic Algorithms in Solving Vehicle Routing Problems with Time Window Constraints. *Asia-Pacific Journal of Operational Research*, 18(1):121–130.
- [Tavares, 2002] Tavares, J. (2002). Resolução de Problemas NP-Completo por Recurso a Algoritmos Genéticos. Relatório de estágio, Universidade de Coimbra.
- [Tavares et al., 2002] Tavares, J., Pereira, F. B., Machado, P., and Costa, E. (2002). GVR Delivers It On Time. In *4th Asia-Pacific Conference on Simulated Evolution And Learning*, pag. 745–749, Singapore.
- [Tavares et al., 2003a] Tavares, J., Pereira, F. B., Machado, P., and Costa, E. (2003a). Crossover and Diversity: A Study about GVR. In *Analysis and Design of Representations and Operators (ADoRo'2003) a bird-of-a-feather workshop at the 2003 Genetic and Evolutionary Computation Conference (GECCO-2003)*, Chicago.
- [Tavares et al., 2003b] Tavares, J., Pereira, F. B., Machado, P., and Costa, E. (2003b). On The Influence of GVR in Vehicle Routing. In *2003 ACM Symposium on Applied Computing*, pag. 753–758, Melbourne, Florida, USA.
- [Thangiah, 1995] Thangiah, S. (1995). Vehicle Routing with Time Windows using Genetic Algorithms. In Chambers, L., editor, *Application Handbook of Genetic Algorithms: New Frontiers, Volume II*, pag. 253–277. CRC Press.

## BIBLIOGRAFIA

- [Thangiah et al., 1996] Thangiah, S. R., Potvin, J.-Y., and Sun, T. (1996). Heuristic Approaches to Vehicle Routing with Backhauls and Time Windows. *Int. Journal of Computers and Operations Research*, pag. 1043–1057.
- [White et al., 1998] White, T., Pagurek, B., and Oppacher, F. (1998). ASGA: Improving the Ant System by Integration with Genetic Algorithms. In *Genetic Programming 1998: Proceedings of the Third Annual Conference*, pag. 610–617, University of Wisconsin, Madison, Wisconsin, USA. Morgan Kaufmann.
- [Zhu, 2000] Zhu, K. Q. (2000). A New Genetic Algorithm for VRPTW. *Proceedings of the International Conference on Artificial Intelligence*.